



# Contributions aux théories des ondelettes, du codage conjoint source-canal et de l'information

Olivier Rioul

► **To cite this version:**

Olivier Rioul. Contributions aux théories des ondelettes, du codage conjoint source-canal et de l'information. Théorie de l'information et codage [math.IT]. Université Pierre et Marie Curie, 2009. tel-03326386

**HAL Id: tel-03326386**

**<https://hal.telecom-paris.fr/tel-03326386>**

Submitted on 25 Aug 2021

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



**TELECOM ParisTech**

**Université Pierre et Marie Curie**

## MÉMOIRE

présenté pour obtenir

### **l'Habilitation à Diriger des Recherches**

par

Olivier RIOUL

### **Contributions aux théories des ondelettes, du codage conjoint source-canal et de l'information**

Soutenance le 14 décembre 2009

Proposition de commission d'examen :

Rapporteurs    Pierre DUHAMEL  
                      Benoît GELLER  
                      Michael UNSER

Examineurs    Georges ALQUIÉ  
                      Riadh ABDELFAH  
                      Philippe GALLION



*À ma femme adorée et mes quatre enfants adorés*

*Note aux rapporteurs*

Le présent mémoire est disponible en format électronique à l'adresse

`perso.telecom-paristech.fr/rioul/HDR/memoire.pdf`

L'annexe au présent mémoire regroupe 2000 pages et est disponible en format électronique (80 Mo) à l'adresse

`perso.telecom-paristech.fr/rioul/HDR/annexe.pdf`



---

# Table des matières

<b>1</b>	<b>En bref...</b>	<b>1</b>
1.1	Diplômes et titres . . . . .	1
1.2	Fonctions et responsabilités . . . . .	1
1.3	Publications et index de citation . . . . .	2
1.4	Responsabilités de recherche . . . . .	2
1.5	Responsabilités d'enseignement . . . . .	2
<b>2</b>	<b>Curriculum Vitæ</b>	<b>3</b>
2.1	Formation . . . . .	3
2.2	Activité professionnelle . . . . .	4
2.3	Divers . . . . .	4
<b>3</b>	<b>Activités d'enseignement</b>	<b>5</b>
3.1	Introduction . . . . .	5
3.2	Cursus, domaines et volumes . . . . .	6
3.3	Aspects pédagogiques . . . . .	7
3.4	Administration, élaboration et animation . . . . .	8
3.5	Liste des unités d'enseignement . . . . .	11
3.5.1	Formation d'ingénieur . . . . .	11
3.5.2	Masters recherche . . . . .	14
3.5.3	Formation continue . . . . .	16
3.6	Liste de documents pédagogiques et contenus enseignés . . . . .	17
<b>4</b>	<b>Activités de recherche et animation d'équipe</b>	<b>21</b>
4.1	Introduction . . . . .	21
4.2	Thèse . . . . .	22
4.3	Thèmes de recherche . . . . .	24
4.4	Diffusion scientifique . . . . .	26

4.5	Expertise, collaborations, contrats . . . . .	27
4.6	Encadrement . . . . .	30
4.7	Animation d'équipe de recherche . . . . .	33
<b>5</b>	<b>Liste des publications et travaux</b>	<b>35</b>
<b>6</b>	<b>Travaux de recherche et de diffusion scientifique</b>	<b>41</b>
6.1	Décomposition multi-résolution en temps discret . . . . .	41
6.2	Conception de filtres dyadiques plats et sélectifs . . . . .	42
6.3	Optimisation d'une compression d'images fixes par ondelettes . . . . .	43
6.4	Boîte à outils MATLAB « Ondelettes et temps-fréquence » . . . . .	44
6.5	Analyse et synthèse de son par ondelettes orthogonales . . . . .	44
6.6	Algorithmes rapides de transformation en ondelettes dyadiques . . . . .	45
6.7	Algorithmes rapides de transformation continue en ondelettes . . . . .	46
6.8	Diffusion et vulgarisation des Ondelettes . . . . .	47
6.9	Réseaux de neurones linéarisés aléatoirement . . . . .	47
6.10	Convolution affine de la distribution de Wigner-Ville . . . . .	48
6.11	Unification des représentations énergétiques temps-échelle . . . . .	49
6.12	Conception en miroir de bancs de filtres biorthogonaux . . . . .	50
6.13	Conception d'ondelettes dyadiques régulières . . . . .	51
6.14	Généralisation à des ondelettes $p$ -adiques multidimensionnelles . . . . .	52
6.15	Bancs de filtres itérés à interpolation et décimation rationnelles . . . . .	52
6.16	Traitements aux bords pour le codage adaptatif en sous-bandes . . . . .	53
6.17	Régularité höldérienne de schémas de subdivision binaires . . . . .	54
6.18	Analyse de régularité de schémas de subdivision rationnels . . . . .	55
6.19	Critère $L^\infty$ statistique pour la compression presque sans pertes . . . . .	56
6.20	Compression d'images biomédicales au sens $L^2$ et $L^\infty$ . . . . .	57
6.21	Optimisation de quantificateurs robustes à déquantification linéaire . . . . .	57
6.22	Dualité source/canal $q$ -aire symétrique . . . . .	59
6.23	Codes conjoints binaires solitaires ou flous . . . . .	60
6.24	Décodage binaire souple optimisé par l'algorithme de Lloyd . . . . .	61
6.25	Allocation optimale de débits de codeurs conjoints source/canal . . . . .	62
6.26	Système complet de codage conjoint d'images sur canal GSM . . . . .	62
6.27	Compression de source binaire asymétrique par codes de canal . . . . .	63
6.28	Codage conjoint arithmétique en blocs . . . . .	64
6.29	Réduction de bruit « poivre et sel » par décodage algébrique BCH . . . . .	65
6.30	Conception de codes BCH réels pour le codage conjoint . . . . .	65
6.31	Codes BCH réels sur le canal Bernoulli-Gaussien . . . . .	66
6.32	Système complet de codage conjoint d'images satellitaires SPOT-V . . . . .	67
6.33	Diffusion du codage source/canal conjoint . . . . .	67
6.34	Allocation optimale de ressources par ordonnancement lagrangien . . . . .	68
6.35	Allocation optimale de ressources par chemins convexes . . . . .	69
6.36	Allocation rapide par omission d'index ou de chemins . . . . .	70
6.37	Inégalités de puissance entropique par traitement de données . . . . .	70

---

6.38	Inégalités de puissances entropiques généralisées . . . . .	71
6.39	Information et estimation paramétrique et non paramétrique . . . . .	72
6.40	Diffusion de la théorie de l'information . . . . .	73
<b>7</b>	<b>Perspectives : recherche et diffusion scientifique</b>	<b>75</b>
7.1	Quantification optimale d'une source quelconque en présence d'erreurs	75
7.2	Conception rapide de codes de Huffman sous contraintes . . . . .	75
7.3	Codage par transformée en basse résolution . . . . .	76
7.4	Décodage souple des codes BCH sur les entiers cyclotomiques . . . . .	76
7.5	Énumération de poids et décodage de codes $q$ -aires duaux . . . . .	76
7.6	Décodage d'un réseau de rang déficient . . . . .	77
7.7	Décodage espace-temps sur des variétés grassmanniennes . . . . .	77
7.8	Conditions d'optimalité de l'algorithme de Lloyd généralisé . . . . .	78
7.9	Allocation de puissance pour les communications multiporteuses . . . . .	78
7.10	Algorithme de recuit déterministe de Blahut-Rose . . . . .	78
7.11	Codage typique source ou canal et schémas hésitants . . . . .	79
7.12	Reconstruction d'information morcellée par distance entropique . . . . .	79
7.13	Mathématiques appliquées au CMAP (Polytechnique) . . . . .	80
7.14	Réflexions sur les outils mathématiques d'analyse . . . . .	80
7.15	Information des nombres premiers et fonctions additives . . . . .	81
7.16	Aspects de théorie de l'information en psychologie expérimentale . . . . .	81
	<b>Références bibliographiques</b>	<b>83</b>





---

## En bref...

### Olivier Rioul

Institut TELECOM  
Institut ParisTech  
LTCI CNRS

TELECOM ParisTech  
Département Comélec  
46, rue Barrault  
75634 Paris Cedex 13

Né à Strasbourg en 1964  
Français, marié  
4 beaux enfants

Tél : +33 (0)1 45 81 78 45  
Fax : +33 (0)1 45 89 00 20  
[olivier.rioul@telecom-paristech.fr](mailto:olivier.rioul@telecom-paristech.fr)  
[perso.telecom-paristech.fr/~rioul/](http://perso.telecom-paristech.fr/~rioul/)  
[rioul@cmapx.polytechnique.fr](mailto:rioul@cmapx.polytechnique.fr)  
[www.cmap.polytechnique.fr/~rioul/](http://www.cmap.polytechnique.fr/~rioul/)



---

#### 1.1 Diplômes et titres

- Polytechnicien (promotion X 84)
- Ingénieur de l'Ecole Nationale Supérieure des Télécommunications (1989)
- Docteur de l'Ecole Nationale Supérieure des Télécommunications (1993)  
Thèse : « *Ondelettes régulières : application à la compression d'images fixes* »
- Ingénieur en Chef du Corps des Mines

#### 1.2 Fonctions et responsabilités

- Enseignant-Chercheur, maître de conférences de classe 1 à TELECOM Paris-Tech<sup>1</sup> (depuis 1995)
- Responsable du groupe *Communications Numériques* de TELECOM ParisTech (2004-2008)
- Professeur chargé de cours au Centre de Mathématiques Appliquées de l'Ecole Polytechnique (depuis 2008)
- Reponsable des sujets de mathématiques du Concours Commun Mines-Ponts (depuis 2008)
- Enseignant vacataire à l'ENSTA ParisTech et à Supélec.

---

1. L'Ecole Nationale Supérieure des Télécommunications (ENST) a changé de nom en 2008 et est devenu TELECOM ParisTech.

### 1.3 Publications et index de citation

- 2 livres (650 pages) publiés chez *Hermes-Science* (Londres)
- 1 chapitre et 3 articles de livres
- 10 articles de revue internationale à comité de lecture
- 20 articles de congrès internationaux avec actes
- 15 articles d'ateliers internationaux ou de congrès nationaux avec actes
- 3 articles pédagogiques ou tutoriaux
- 1 boîte à outils logiciels (bibliothèque SIMPA du GDR ISIS).
  
- H-number<sup>2</sup> : 13
- G-number<sup>3</sup> : 51
- 72,3 citations par publication (moyenne sur 37 référencées)
- 1441 citations pour la publication suivante :  
*Wavelets and Signal Processing*, avec Martin Vetterli.

### 1.4 Responsabilités de recherche

- 5 doctorants encadrés
- plus de 15 stagiaires et post-doc encadrés
- 3 contrats de recherche finalisés

### 1.5 Responsabilités d'enseignement

- responsable de 10 unités d'enseignement de niveau Master
  - 5 en formation d'ingénieur (TELECOM et ENSTA ParisTech)
  - 4 en Master recherche et Master of science (UPMC, Supélec, ParisTech)
  - 1 en formation continue (Institut TELECOM)
- responsable de 2 cycles d'enseignement (TELECOM ParisTech)
- enseigne dans plus de 15 unités d'enseignement
- 12 polycopiés de cours (niveau master, environ 1000 pages)
- unités d'activités d'enseignement<sup>4</sup> TELECOM ParisTech :
  - 5774 points en 2008/09
  - 6834 points en 2007/08
  - 5668 points en 2006/07

---

2. C'est le plus grand entier  $h$  tel que les  $h$  publications les plus citées le sont au moins  $h$  fois chacune ; 25 sur 160 chercheurs à TELECOM ParisTech ont un  $h$ -number  $>10$ .

3. C'est le plus grand entier  $g$  tel que les  $g$  publications les plus citées recueillent ensemble au moins  $g^2$  citations. Si les citations sont à peu près uniformes, le  $g$ -number est égal au  $h$ -number. Le  $g$ -number favorise la présence d'articles-phare particulièrement cités et a été proposé comme une amélioration du  $h$ -number qui évalue plus finement l'impact des scientifiques.

4. Les correspondances sont les suivantes : 15,4 points correspondent à 1 heure de cours magistral, 10 points à 1 heure de petite classe, 150 points à une coordination de modules d'enseignement.

---

## Curriculum Vitæ

### 2.1 Formation

- sept. 1982 – août 1984** *Lycée Kléber* (Strasbourg). Mathématiques supérieures et spéciales M'.
- sept. 1984 – août 1987** *Ecole Polytechnique*.  
 Service militaire : Officier au 135<sup>e</sup> RT à Karlsruhe (Allemagne).  
 Stage long : « *Aspects mathématiques de la transformée en Ondelettes* » sous la direction de Yves MEYER et Alex GROSSMANN au *Centre de Mathématiques* de l'Ecole Polytechnique, au *Laboratoire de Mécanique et d'Acoustique* de Marseille (CNRS) et au *Centre de Physique Théorique* de Marseille-Luminy.
- sept. 1987 – août 1989** *Ecole Nationale Supérieure des Télécommunications*.  
 Ingénieur-élève du Corps interministériel des Télécommunications.  
 Stage de recherche (mars–nov. 1988) aux *AT&T Bell Laboratories* (Murray Hill, NJ, USA) sous la direction de Bishnu S. ATAL : « Réseaux de neurones appliqués à la reconnaissance de la parole ».  
 Option de fin d'études : Traitement du Signal.  
 Stage d'Option : « *Algorithmes de filtrage rapide* ».
- sept. 1989 – mars 1993** *Ecole doctorale de l'ENST*.  
 Doctorant au sein du Centre de Recherche en Physique de l'Environnement terrestre et planétaire (Laboratoire mixte CNRS/CNET), département Electromagnétisme, Communication et Propagation.  
 Thèse : « *Ondelettes régulières : Application à la compression d'images fixes* »  
 Mention très honorable avec félicitations du jury :  
 Claude LABIT ..... Président  
 Yves MEYER ..... Rapporteur  
 Martin VETTERLI ..... Rapporteur  
 Michel BARLAUD ..... Examineur

Yves GRENIER..... Examineur  
Pierre DUHAMEL..... Directeur

## 2.2 Activité professionnelle

- sept 1989 – déc. 1994** *Centre National d'Etudes des Télécommunications.*  
Ingénieur de recherche au département Electromagnétisme, Théorie des Communications et Propagation du Centre de recherche en Physique de l'environnement terrestre et planétaire (unité mixte CNRS/CNET), puis au département Services de Communication de Groupe et de Visiophonie du Centre CNET Paris B (Issy les Moulineaux).
- janv. 1995 – présent** *Ecole Nationale Supérieure des Télécommunications.*  
Enseignant-chercheur, Maître de conférences au département Communications, puis au département Communications et Electronique.  
Responsable du groupe Communications Numériques depuis 2004.  
Metteur au point des sujets de mathématiques et examinateur de l'oral du concours commun Mines-Ponts depuis 2008.
- sept. 2008 – présent** *Ecole Polytechnique.*  
Professeur chargé de cours au Centre de Mathématiques Appliquées (CMAP).

## 2.3 Divers

- Anglais courant (ARELS higher certificate), notions d'Allemand et d'Arabe.
- Programmation en Scilab, MATLAB et C. Conception de styles  $\LaTeX$  pour différents documents pédagogiques.
- Tennis de Table : Compétitions au niveau régional (classé 12).

## Activités d'enseignement

### 3.1 Introduction

Ma passion pour l'enseignement remonte à mon environnement familial : mes deux parents sont professeurs à l'Education Nationale, et les débats sur la pédagogie en classe ne manquaient pas lors des repas familiaux. Après mes années de Lycée et de Classes préparatoires, où j'ai développé une attitude critique sur l'esprit des « Mathématiques modernes » de l'époque, j'ai trouvé à l'Ecole Polytechnique, puis à Télécom Paris (ENST), un enseignement d'une réelle qualité, où les idées sont enfin mises en avant et trouvent des applications pratiques, sans pour autant négliger la saveur – voire la poésie – d'une étude rigoureuse des concepts.

Dans la décennie qui suivit, à Télécom Paris puis au CNET (actuellement France Télécom R&D), mes préoccupations étaient presque exclusivement centrées sur la recherche. Je pus néanmoins dans les enseignements reçus les ressources nécessaires pour mettre en forme et faire passer mes idées lors de rédactions d'articles et de présentations de séminaires. Il m'est aussi arrivé d'être invité pour des conférences pédagogiques à l'ENST, l'INT, l'INRIA et en formation continue de l'EUROSAE (ENSTA et SupAéro).

De retour à Télécom Paris en 1995 en tant qu'enseignant-chercheur, j'ai pu rapidement apprécier la complémentarité et l'interaction réciproque de mes activités d'enseignement et de recherche. M'appuyant sur des collaborations de recherche, j'ai eu l'occasion de m'impliquer dans des cours aussi bien en traitement du signal (au département Signal et Images) qu'en codage et en communications numériques (au département Communications et Electronique) – je m'affirmai ainsi comme un enseignant-chercheur ouvert sur plusieurs disciplines.

Progressivement, les sollicitations en enseignement de communications numériques ont crû en nombre et importance. Mes activités d'enseignement ont donc pris une part de plus en plus grande, aussi bien en formation d'ingénieur que dans les masters recherche en relation avec les universités Paris 6 et 11. En retour, ces activités d'enseignement pluri-disciplinaires ont eu un impact positif sur mes orientations de recherche, particulièrement en codage de source et de canal conjoint.

Suite à ma nomination de chef de groupe « Communications Numériques » en 2003, j'ai été amené à réfléchir et à agir sur l'ensemble des enseignements en communications et en mathématiques de l'ingénieur dans un contexte plus large : celui des activités de mon groupe dans le cadre de TELECOM ParisTech et en partenariat avec

l'UPMC ; et plus récemment, d'un rapprochement avec les autres écoles de ParisTech, particulièrement avec l'ENSTA ParisTech et l'Ecole Polytechnique.

Voici, détaillé en quelques points saillants, ce qui caractérise mes activités d'enseignement.

### 3.2 Coursus, domaines et volumes

**Des cursus variés** – Je participe en tant qu'enseignant et responsable pédagogique, à tous les niveaux d'enseignement et de formation d'une Ecole d'Ingénieurs :

- différents Masters Recherche (M1 et M2), à l'UPMC, Paris-Sud 11, et Supélec ;
- *Master of Science in digital communications* à TELECOM ParisTech ;
- cycle d'ouverture aux STIC pour les polytechniciens en 4<sup>e</sup> année à TELECOM ParisTech ; option scientifique et technique pour les ingénieurs-élèves du Corps des Mines.
- formation d'ingénieur en cycle Master (niveau M1–M2) en deuxième ou troisième année (TELECOM ParisTech, ENSTA ParisTech, Ecole Polytechnique) ;
- formation d'ingénieur de tronc commun en première ou deuxième année (TELECOM ParisTech, ENSTA ParisTech, Ecole Polytechnique) ;
- stages de formation continue de l'Institut TELECOM sur catalogue ou en contrat intra-entreprise.

▷ Voir § 3.5 ci-dessous pour une liste détaillée des unités d'enseignement que je coordonne et/ou auxquelles je participe.

**Des domaines d'enseignement variés** – Une caractéristique très agréable de ma discipline est qu'elle intègre dans les systèmes pratiques de nombreuses connaissances puisées dans des domaines divers, de l'algèbre et la théorie des nombres à l'analyse et la théorie des probabilités en passant par la théorie de l'information, les techniques de traitements de signaux, et les contraintes de conception physique des dispositifs matériels. Dans mes cours, les domaines traités ont une forte teneur mathématique, et l'accent porte essentiellement sur les applications de codage de source et de canal. On y trouve abordées des notions aussi diverses que :

- des outils algébriques (essentiellement les corps finis  $GF(p^n)$  et les propriétés arithmétiques dans des corps algébriques) ;
- des outils d'analyse (surtout la transformée de Fourier et la convolution) ;
- des outils probabilistes (jusqu'à la loi des grands nombres et le théorème ergodique) ;
- des outils de traitement du signal (y compris ceux d'analyse temps-fréquence et temps-échelle) ;
- des outils de théorie de l'information (jusqu'aux théorèmes de Shannon pour le codage et la théorie de l'information multi-utilisateurs) ;
- des applications aux systèmes de modulation analogique et numérique ;
- des applications à la compression de données et de signaux ;
- des applications au codage de canal mono et multi-utilisateurs.

▷ Voir § 3.6 ci-dessous pour une liste détaillée des contenus que j'enseigne.

**Volumes d'enseignement** – Il m'est difficile de détailler tous les volumes enseignés dans les différents instituts et cursus. Cependant TELECOM ParisTech recense et chiffre toutes les déclarations d'enseignement en formation d'ingénieur et de master sous forme de points d'enseignement. Je totalise, sur les trois dernières années scolaires :

5774 points en 2008/09

6834 points en 2007/08

5668 points en 2006/07.

Les correspondances sont les suivantes : 15,4 points correspondent à 1 heure de cours magistral, 10 points à 1 heure de petite classe, 50 ou 150 points à une coordination de modules d'enseignement. Cela correspondrait donc à **580 h-équivalent TD**. A cela s'ajoute un service de 64 h à l'Ecole Polytechnique et de 30 h (plus coordination de deux modules d'enseignement) à l'ENSTA ParisTech. Mis à part un engagement réel pour l'enseignement, ce fort volume s'explique par un nombre important de coordinations pédagogiques d'unités ou de cycles d'enseignement, et par une pression indéniable pour assurer des enseignements de plus en plus nombreux dans mes domaines de compétence en formation d'ingénieur et de master recherche.

### 3.3 Aspects pédagogiques

**Une réflexion sur la pédagogie** – J'enseigne non seulement dans des cursus différents en intégrant des domaines mathématiques variés, mais également pour de nombreuses filières et origines d'étudiants. On retrouve dans mes cours une population souvent hétérogène, avec des cultures très différentes : élèves polytechniciens ou normaliens, issus du concours commun ou admis sur titre, en master d'université, de toutes nationalités.

Cette interculturalité, présente à TELECOM ParisTech comme dans d'autres universités et écoles d'ingénieurs dans lesquelles j'enseigne, m'a conduit à réfléchir sur la communication dans des groupes multi-culturels, en particulier sur l'importance de la communication non-verbale et de la diversification des supports de cours. Ma démarche s'adapte au type d'enseignement dispensé :

- dans un cours magistral, je privilégie l'écriture au tableau, de façon à pouvoir s'adapter en permanence aux difficultés rencontrées. La vidéoprojection est utilisée comme support annexe, surtout pour du graphisme (peu de texte). Je propose régulièrement aux élèves d'interagir en reformulant une partie du cours ou en résolvant un petit exercice ;
- en petites classes, je cherche à animer les raisonnements et à proposer une participation active par groupes d'étudiants ; la démarche est similaire lors de séances de travaux pratiques ;
- les suivis de projets ou de stages sont aussi l'occasion d'approfondir une démarche plus inductive que déductive, en liaison avec le futur métier d'ingénieur ou de chercheur des étudiants.

Je m'appuie si possible sur une séance de présentation initiale et sur les retours d'éva-



luation pour mieux cerner les problèmes ; je m'appuie également sur les ressources disponibles à TELECOM Paristech (département langues et cultures et département innovation pédagogique). Par exemple, suite à l'action de ce dernier département (Sarah LEMARCHAND), je contribue au projet PADEN (préparation à distance d'étudiants non francophones au français scientifique).

**Documents pédagogiques** – Mes cours s'accompagnent systématiquement de documents écrits : photocopiés, sujets d'exercices, annales de contrôles, etc. disponibles en accès libre sur intranet, avec des informations au fur et à mesure du déroulement du cours (cf. [perso.telecom-paristech.fr/rioul/cours.html](http://perso.telecom-paristech.fr/rioul/cours.html)). Ces documents sont très appréciés des étudiants, non seulement parce qu'ils y puisent des renseignements complémentaires leur permettant de mieux assimiler le contenu du cours, mais aussi, pour les étudiants étrangers, parce que cela leur permet de mieux appréhender le vocabulaire et les notations spécifiques du français. A l'exception de quelques cours donnés en anglais (Master of Science), j'incite mes étudiants à développer leurs compétences en *rédaction* en français lors des exercices et des contrôles, à l'instar de mes corrigés donnés en cours.

▷ Voir § 3.6 ci-dessous pour une liste détaillée de mes photocopiés.

**Publications pédagogiques** – Au delà de la rédaction de documents de cours photocopiés, j'ai commencé récemment à publier des livres pédagogiques basés sur ces photocopiés, qui sont distribués dans certains cours. C'est un travail particulièrement long et prenant. J'essaie à cette occasion d'adopter une démarche simple, didactique et parfois originale en comparaison des manuels existants (voir § 7.14). De nombreux exercices et problèmes d'application sont proposés. Actuellement publiés :

- *Théorie de l'information et du codage*, Hermes Science-Lavoisier, 2007 (286 pages).
- *Théorie des probabilités*, Hermes Science-Lavoisier, 2008 (364 pages).

(cf. [perso.telecom-paristech.fr/rioul/books.html](http://perso.telecom-paristech.fr/rioul/books.html)). Des traductions (en anglais) sont en projet chez *Wiley-ISTE*, et d'autres projets de publication sont en cours d'élaboration.

### 3.4 Administration, élaboration et animation

**Responsabilité dans le concours commun Mines-Ponts** – La filière principale de recrutement de TELECOM ParisTech et de nombreuses écoles d'ingénieurs de ParisTech (dont les Mines ParisTech, l'Ecole des Ponts ParisTech, l'ENSTA ParisTech, et l'ENSAE ParisTech) est le concours commun « Mines-Ponts » en filières MP, PSI et PC dont le directeur de TELECOM ParisTech (Yves POILANE) est le directeur du jury. J'ai été missionné par ce dernier comme metteur au point des sujets de mathématiques à partir de 2008 et inspecteur de l'oral de ce concours à partir de 2009. La connaissance des programmes et du fonctionnement des classes préparatoires dans ces filières, ainsi que des évolutions prévues, me semble un complément appréciable à l'organisation

de l'enseignement de TELECOM ParisTech en formation d'ingénieur, et contribue *in fine* à la formation de futurs ingénieurs et chercheurs. De plus, des rencontres avec les enseignants de classes préparatoires, de grandes écoles et d'université – comme Éric LEICHTNAM de l'institut de mathématiques de Jussieu, également impliqué dans ce concours – favorisent une réflexion pédagogique sur l'enseignement d'outils mathématiques au niveau Licence et Master, notamment pour le domaine d'enseignement MDI (mathématiques de l'ingénieur) de TELECOM ParisTech.

**Elaboration du tronc commun de formation d'ingénieur** – Je participe régulièrement à des instances de réflexion et de coordination des enseignements au niveau de TELECOM ParisTech. En particulier, je participe actuellement à un groupe de travail de la Commission des Programmes portant sur l'organisation et les contenus pour le cycle BCI (Bases de Connaissances Indispensables) de première année, pour les rentrées 2008/09 et 2009/10. Une réhabilitation de contenus mathématiques indispensables (théorie de la mesure et de l'intégration, transformation de Fourier, distributions) axés vers les applications en traitement du signal, électronique, statistique et communication numérique, a été proposée au comité de direction de l'Ecole qui en a accepté le principe pour la réforme du cycle BCI en cours.

**Elaboration de cycles d'enseignement** – Depuis 2004, je suis responsable du *Cycle d'Ouverture aux STIC* (Sciences et Technologies de l'Information et de la Communication) pour les polytechniciens (et ingénieurs du corps jusqu'en 2008) arrivants à TELECOM ParisTech (niveau M2). A ce titre, j'élabore et fais évoluer les programmes et volumes des cours enseignés en fonction des cours majoritairement suivis à l'Ecole Polytechnique et des prérequis programmés pour les unités d'enseignement du Cycle Master de TELECOM ParisTech. Sont actuellement programmées, sur une durée de trois semaines, les unités d'enseignement suivantes :

- Régulation et innovations sociales sur Internet ..... SES201, 12h
- Traitement du signal des images ..... SI201, 15h
- Électronique et des systèmes de communication ..... COMELEC200, 15h
- Réseaux de télécommunications ..... RES201, 15h
- Théorie des communications numériques ..... COM203, 15h.

J'ai conçu en 2008/2009, suite à la fusion des Corps des Mines et des Télécommunications, une option scientifique et technique « *Systèmes Numériques de Communication* » de la formation des futurs ingénieurs du Corps des Mines programmé sur une durée de 2 mois :

- Bases des systèmes de communications numériques ..... 15h
- Techniques de codage et performances de systèmes codés ..... 15h
- Supports et techniques avancées de transmission ..... 15h
- Techniques et systèmes modernes de communication filaires et sans fil .. 15h
- Projet technique, économique et réglementaire ..... 180h.

Cette proposition a été retenue par le Corps des Mines à partir de la rentrée prochaine.

**Animation des activités d'enseignement dans mon équipe** – En tant que responsable du groupe « Communications Numériques » de TELECOM ParisTech, j'ai animé différents projets de structuration de nos enseignements. Ainsi, en 2006, à l'occasion de la semestrialisation des unités d'enseignement du cycle Master de TELECOM ParisTech, nous avons créé et organisé, en collaboration avec les autres domaines d'enseignement de l'Ecole (notamment MDI, mathématiques de l'ingénieur et Électronique), le parcours d'enseignement actuel en communications numériques, constitué des unités d'enseignement :

- Modulations numériques .....COM223, 30h
- Codage correcteur et performances de systèmes codés .....COM224, 30h
- Théorie de l'information et de la communication .....COMMDI225, 30h
- Techniques de réception avancées pour les communications ...COM344, 60h
- Systèmes numériques avancés de communication .....COM345, 60h.

Le groupe est par ailleurs fortement impliqué dans ses activités d'enseignement dans d'autres domaines et cursus (master, formation continue). Le partage des enseignements se font de manière transparente et concertée entre les six enseignants du groupe au début de chaque année scolaire. À ces activités de coordination pédagogique et d'enseignement en classe s'ajoutent les suivis de projets, de stages longs et autres activités annexes (encadrement de vacations de doctorants, soutenances, oraux de rattrapage, etc.). La tenue de conseils de classe et les retours d'évaluation permettent d'améliorer en continu les contenus et la présentation des cours.

**Synergie avec l'Ecole Polytechnique** – En tant que professeur au département de mathématiques appliquées à l'Ecole Polytechnique et maître de conférences au département Communication et Électronique de TELECOM ParisTech, je suis appuyé par la direction de TELECOM ParisTech pour développer une synergie afin de mieux attirer les élèves polytechniciens sur des domaines porteurs en télécommunications. Concrètement, cela passe par l'encadrement de stages et de projets d'approfondissement en 3<sup>e</sup> année de Polytechnique, la participation au processus de recrutement des polytechniciens en double diplôme à l'occasion du Forum de l'X, sans oublier la coordination des deux cycles de formation pour les polytechniciens en 4<sup>e</sup> année à TELECOM ParisTech et les ingénieurs-élèves du Corps des Mines. Pour 2009/2010, TELECOM ParisTech accueille 65% de polytechniciens de plus que l'année précédente.

**Futurs masters ParisTech** – En tant qu'enseignant dans trois écoles d'ingénieurs de ParisTech et dans trois masters différents, je participe actuellement à une réflexion initiée par TELECOM ParisTech sur les possibilités d'évolution des masters existants et/ou de création d'un nouveau master labellisé ParisTech. Ceci permettrait, notamment dans le domaine du codage, du traitement du signal et des communications numériques, une meilleure collaboration entre TELECOM ParisTech et d'autres partenaires universitaires et de ParisTech.

### 3.5 Liste des unités d'enseignement

L'organisation des cours est en perpétuelle évolution, certains disparaissent pour réapparaître parfois sous une autre forme. Certains cours dont j'ai été responsable pédagogique et enseignant dans le passé ne sont pas détaillés ici, en particulier :

- « *Traitement du signal numérique* » en 5<sup>e</sup> année de l'ESME-Sudria (1994–2000)
- « *Ondelettes et temps-fréquence* » en 3<sup>e</sup> année de l'ENST.....(1996–2001)
- « *Codage : théorie, performances* » en 3<sup>e</sup> année de l'ENST ..... (1997–2001)
- « *Techniques de communications numériques* » en 2<sup>e</sup>A de l'ENST (1998–2006)
- « *Théorie de l'information* » DEA STN, Paris 6 et ENST ..... (1996–2004)
- « *Codage de source* » master IST/SRT/M2 de l'université Paris-Sud (1999–2007)
- « *Codage de canal et réseaux* » du même master .....(2005–2007)

Je liste ci-dessous les cours enseignés en régime de croisière sur les deux dernières années scolaires, en rajoutant les créations de cours ouvrant à la rentrée 2009/2010.

Voir [perso.telecom-paristech.fr/rioul/cours.html](http://perso.telecom-paristech.fr/rioul/cours.html) pour une description détaillée et mise à jour des différents cours.

#### 3.5.1 FORMATION D'INGÉNIEUR

##### **COM105/201 ..... Communications numériques et théorie de l'information**

Cycle BCI (Bases de Connaissances Indispensables) en tronc commun (1<sup>re</sup> année) de TELECOM ParisTech, pour les élèves venant du concours commun ou admis sur titres. Ce cours (35h) présente les idées fondamentales de la transmission d'information sous forme numérique ; il traite la problématique de la couche physique de presque tous les systèmes numériques modernes. J'enseigne régulièrement le cours complet depuis 1995 et ai participé à son évolution en y introduisant les outils de théorie de l'information. Son organisation générale est la suivante :

1. Modèles d'une transmission numérique en bande de base. Interférences entre symboles et critère de Nyquist. Performances des modulations linéaires.
2. Introduction à la théorie de l'information pour le codage de canal. Capacité de Shannon et limites fondamentales. Codes linéaires et décodage par syndrome.

##### **ES204 ..... Information et codage**

Tronc commun de 2<sup>e</sup> année de l'ENSTA ParisTech. Ce cours (21h) présente les notions fondamentales de la compression de source et de la correction d'erreurs, solidement établies sur la théorie de l'information. Je l'ai créé et en suis responsable pédagogique et enseignant principal depuis sa création en 2001. Son organisation est la suivante :

1. Bases de la théorie de l'information et application au codage de source. Quantification scalaire et codage par transformée. Compression sans pertes et entropie.
2. Application au codage de canal. Codes correcteurs d'erreurs, codes linéaires et décodage par syndrome.

**Option scientifique et technique . . . . . Systèmes numériques de communication**

Cycle de formation des ingénieurs-élèves du Corps des Mines, ouvre à la rentrée prochaine. Voir le § 3.4 ci-dessus pour un descriptif (durée : 2 mois).

**COSTIC . . . . . Cycle d'ouverture aux STIC**

Cycle d'ouverture aux polytechniciens en double diplôme à TELECOM ParisTech. Je suis responsable pédagogique de ce cycle depuis 2004 (durée : 1 mois). Voir le § 3.4 ci-dessus pour un descriptif.

**COM203 . . . . . Théorie des communications numériques**

Cycle COSTIC pour les polytechniciens en 4<sup>e</sup> année à TELECOM ParisTech. Ce cours (15h) fournit les connaissances nécessaires à la compréhension des méthodes de traitement de l'information utilisées dans tous les systèmes modernes de communications. J'en suis responsable et enseignant depuis 2004. Son organisation est comparable à celle de COM105 ci-dessus.

**MDI220 . . . . . Hilbert-Fourier**

Cycle Master de TELECOM ParisTech<sup>1</sup>, domaine Mathématiques de l'ingénieur. J'y enseigne depuis 2007 la théorie des distributions et la transformée de Fourier (8h).

1. Définition des distributions et premières propriétés
2. Transformée de Fourier des distributions tempérées
3. Séries de Fourier de distributions périodiques
4. TD noté sur la transformée de Fourier.

**COM224 . . . . . Codes correcteurs et performances de systèmes codés**

Cycle Master de TELECOM ParisTech<sup>1</sup>, domaine Communications. Ce cours (30h, deux occurrences par an) présente les bases et l'état de l'art en ce qui concerne la conception de codes en blocs et convolutifs efficaces en décodage hard sur canal gaussien. J'en suis responsable depuis sa création en 2006. Son organisation est la suivante :

1. Codes correcteurs d'erreurs en blocs, stratégies FEC et ARQ, capacité de correction et de détection, remplissage d'effacements.
2. Codes et cycliques, Codes BCH et Reed Solomon. Décodage algébrique. Énumération de poids et performances de systèmes codés.
3. Codes convolutifs, treillis, poinçonnage, décodage de Viterbi, performances. Utilisation des codes correcteurs d'erreurs dans les systèmes actuels.

---

1. Le cycle Master de TELECOM ParisTech recouvre les enseignements de 2<sup>e</sup> et 3<sup>e</sup> année en formation d'ingénieur pour les élèves du concours commun, admis sur titres, polytechniciens, étrangers en double diplôme, masters spécialisés, etc.

**COMMDI225 ..... Théorie de l'information et de la communication**

Cycle Master de TELECOM ParisTech<sup>1</sup>, domaine Communications et Mathématiques de l'ingénieur. Ce cours (30h, deux occurrences par an) présente les résultats principaux de cette théorie, jusqu'aux théorèmes de Shannon, pour l'application au codage de source et le codage de canal. Je l'ai créé et en suis responsable et enseignant principal depuis sa création en 2006. Son organisation est la suivante :

1. *Outils de théorie de l'information* : Divergence de Kullback-Leibler, information mutuelle, entropies. Modèles de canaux. Théorème du traitement de données. Entropie discrète et différentielle, variance entropique, maximisation d'entropie, bornes de Fano.
2. *Codage de source et de canal* : Fonction capacité-coût. Capacités de canaux stationnaires. Codage de source sans pertes (entropique) et avec pertes (fonction taux-distortion). Codage conjoint source-canal, borne OPTA. Séquences typiques et théorèmes de Shannon. Borne et exposants de Gallager.

**MAP311 ..... Aléatoire**

Cours de probabilités (5 ECTS) de 1<sup>re</sup> année de l'Ecole Polytechnique. Chargé de deux petites classes depuis 2009.

1. Probabilité, conditionnement, indépendance.
2. Variables aléatoires discrètes
3. Variables aléatoires réelles
4. Vecteurs aléatoires, covariance
5. Convergences, loi des grands nombres, méthode de Monte Carlo
6. Fonction caractéristique, vecteurs gaussiens, théorème central limite
7. Suites récurrentes aléatoires, processus de Markov

**MAP555 ..... Traitement du signal**

Cours d'approfondissement (5 ECTS) de 3<sup>e</sup> année de l'Ecole Polytechnique. Chargé de cours depuis 2008.

1. Traitement du signal analogique
2. Echantillonnage
3. Traitement du signal temps-discret
4. Traitement du signal aléatoire
5. Traitement de la parole
6. Analyse temps-fréquence
7. Information et codage
8. Compression de signaux
9. Ouverture au codage d'images

**C5-1 ..... Compression de données multimédia**

Voie d'approfondissement en 3<sup>e</sup> année de l'ENSTA ParisTech. Ce cours (35h) aborde les diverses techniques de codage de source en s'appuyant sur les normes existantes ou en projet. Il évoque aussi les avancées dans le domaine, qui font l'objet de développements récents. J'ai créé et suis responsable pédagogique et enseignant de ce cours depuis sa création en 1998. Son organisation actuelle est la suivante :

1. Optimisation débit-distorsion, codage par transformée, codage arithmétique.
2. Géométrie fractale et systèmes de fonctions itérés, codage fractal des images. Ondelettes appliquées à la compression des images.
3. Codage audio et de parole. Compression d'images fixes JPEG et JPEG2000. Codage vidéo de MPEG-1 au MPEG-4 *scalable video coding*.
4. Transport et streaming de contenus audiovisuels dans l'environnement résidentiel. Codage robuste et diffusion vidéo vers les mobiles

**MAP571 ..... Enseignement d'approfondissement**

Encadrement de projets en 3<sup>e</sup> année de l'Ecole Polytechnique, depuis 2008. Voici quelques exemples de sujets :

- Turbo-décodage de poivre et sel
- Peut-on récupérer un fichier zippé corrompu ?
- L'information en théorie des nombres

**UE Projets ..... Encadrement de nombreux projets en 3<sup>e</sup> année de TELECOM ParisTech depuis 1995.**

Dernier projet encadré : *Tatouage numérique et quantification hésitante* (2009).

## 3.5.2 MASTERS RECHERCHE

**MS216 ..... Information et communication numérique**

Master recherche SDI/ESCO/STN de l'UPMC. Ce cours (90h, 9 ECTS, M1) a pour objectif l'acquisition des concepts et des méthodes pour l'ensemble des techniques utilisées pour le développement des systèmes de communication dans leur champ actuel d'application (probabilités, traitement du signal, théorie de l'information, modulation et détection, codes correcteurs et décodage algébrique, performances de systèmes codés, systèmes de communication). J'ai créé et ai été responsable et enseignant de ce cours depuis sa création en 2004 jusqu'en 2008. Il devient *Mathématiques pour les Systèmes Communicants* à partir de 2009.

**NS226 ..... Information et codage : mise à niveau**

Master recherche SDI/ESCO/STN de l'UPMC, unité d'enseignement libre (3 ECTS, M2) de mise à niveau en probabilités, traitement du signal, théorie de l'information et du codage. J'ai créé et ai été responsable et enseignant de ce cours depuis sa création en 2004 jusqu'en 2009. Son organisation est la suivante :

1. *Probabilités* : Espérance, corrélation, matrices de covariance, vecteurs gaussiens. Loi des grands nombres, théorème central limite.
2. *Traitement du Signal* : Distributions, impulsion de Dirac, convolution. Densité spectrale de puissance, théorème de Wiener-Khintchine. Signal analytique, enveloppe complexe.
3. *Théorie de l'Information* : Entropie, information mutuelle. Théorèmes de Shannon pour le codage de source et de canal.
4. *Codes correcteurs d'erreurs* : Décodeur MAP et ML, distance de Hamming et correction d'erreurs. Codes linéaires, décodage par syndrome, codes cycliques.

**COM941/NS224 .....Information, codage et communications**

Master recherche SDI/SysCom/STN de l'UPMC et TELECOM ParisTech. Je crée ce cours (60h, 6 ECTS, M2) en 2009 et en suis responsable. Il aborde les aspects avancés en théorie de l'information et du codage ; notamment la théorie de l'information multi-utilisateurs, les codes sur les graphes (turbo-codes, LDPC) et les codes spatio-temporels.

1. Outils de théorie de l'information de Shannon
2. Chaînes de Markov, inégalités de l'information
3. Borne OPTA en codage source/canal
4. Capacité d'un canal gaussien. La borne du  $-1,6$  dB.
5. Capacité de canaux aléatoires et probabilité d'outage.
6. Codes linéaires. Cas des codes de Hamming. Méthode du syndrome
7. Codes cycliques. Polynôme générateur.
8. Description spectrale des codes cycliques. Borne BCH. Principe du décodage spectral
9. Algorithmes de décodage à sorties souples : Viterbi et BCJR
10. Codes concaténés série, parallèle ; Turbo-codes
11. Codes LDPC, codes de Tanner
12. Modulation codée à la Ungerboeck
13. Codes spatio-temporels
14. Modulations codées BICM et multi-niveaux

**COM824 .....Error-correcting codes**

Master of Science in Digital Communications de TELECOM ParisTech. Ce cours de tronc commun (30h) présente le domaine du codage pour la détection et la correction des erreurs lors de la transmission à travers un canal bruité. Il introduit les outils de base de la théorie du codage correcteur ainsi que les principales familles de codes. Son organisation est comparable à celle de COM224 ci-dessus. J'en suis responsable depuis sa création en 2007.



**COM825** ..... **Information theory**  
*Master of Science in Digital Communications* de TELECOM ParisTech. Ce cours de tronc commun (30h) présente la théorie de l'information selon l'approche de Shannon : il expose et analyse en détail des notions de quantité d'information, d'entropie, d'information mutuelle et de capacité du canal. Son organisation est comparable à celle de COMMDI225 ci-dessus. J'en suis responsable depuis sa création en 2007.

**C1** ..... **Elements of information theory**  
 Master recherche IES/SAR de Supélec, l'ENS-Cachan et l'université Paris-Sud 11. Ce cours (24h, 2.5 ECTS) fournit les connaissances nécessaires à la compréhension des méthodes de traitement de l'information utilisées dans tous les systèmes modernes de communications numériques. J'en suis responsable avec Pablo PIAN TANIDA (Supélec) depuis sa création en 2007. Son organisation est la suivante :

1. Properties of Shannon's information measures ;
2. Markov chains, fundamental inequalities and entropy of stationary sources ;
3. Lossless source coding ;
4. Method of types ;
5. Coding theorem for noisy channels ;
6. Coding theorem for lossy source coding ;
7. Converse to coding theorems for discrete memoryless sources and channels ;
8. Capacity of wireless channels.

### 3.5.3 FORMATION CONTINUE

**FCU52** ..... **Ondelettes, temps-fréquence, multi-résolution**  
 Stage de formation continue Institut TELECOM, en inter-entreprises sur catalogue (3 jours) ou intra-entreprise en contrat avec des partenaires institutionnels ou industriels (ONERA, Thalès Air Systems, Ministère de la Défense, etc.). Destiné aux ingénieurs travaillant dans des domaines nécessitant des connaissances en traitement numérique du signal multiscadence ou en traitement et codage multirésolution des signaux. J'ai créé et suis responsable de ce stage depuis 1995. Il ouvre au moins une fois par an. Son organisation est la suivante :

1. *Analyse temps-fréquence et temps-échelle* : résolution temps-fréquence ; fréquence instantanée, transformée de Fourier court-terme ; transformée en ondelettes, analyse temps-fréquence et temps-échelle ; transformations bilinéaires : Wigner-Ville, classe de Cohen, classe de Rioul-Flandrin. étude de cas (boîtes à outils MATLAB temps-fréquence et temps-échelle) ;
2. *Traitement du signal multi-cadence* : introduction au traitement numérique du signal multiscadence et multirésolution ; interpolation/décimation ; bancs de filtres : structures arborescentes, structures à base de filtres polyphases et transformée de Fourier ; application à l'OFDM.

3. *Traitement du signal multi-résolution* : notions d'échelle et de résolution ; bancs de filtres QMF, à reconstruction parfaite ; analyse multi-résolution.
4. *Transformée en ondelettes discrètes* : construction de bases d'ondelettes orthogonales et biorthogonales ; décomposition pyramidale, régularité des filtres-ondelettes ; compression de signaux par transformée en ondelettes ; travaux pratiques sur Matlab (bibliothèque SIMPA du GDR ISIS).

**FCU56 ..... CDMA et applications**

L'objectif de ce stage est d'acquérir les techniques modernes d'étalement de spectre et d'accès multiple CDMA utilisées dans les nouveaux réseaux radio mobiles de 3ème génération du type UMTS ou CDMA 2000. Je suis chargé de la partie du cours « *séquences d'accès multiple* » (1/2 journée) dont l'organisation est la suivante :

1. Génération des séquences pseudo aléatoires, propriétés et caractéristiques ;
2. Les  $m$ -séquences, propriétés et génération ;
3. Les séquences de Gold et applications ;
4. Les séquences de Kasami et applications ;
5. Optimisation de l'autocorrélation et de l'intercorrélacion des séquences.

**3.6 Liste de documents pédagogiques et contenus enseignés**

Les documents listés ci-dessous sont répertoriés à la documentation technique de TELECOM ParisTech aux classifications indiquées ; d'eux d'entre eux sont les livres publiés chez *Hermès Science-Lavoisier*. Ils apparaissent *grosso modo* par ordre orienté de l'amont vers l'aval, du théorique à l'applicatif. Cette liste est suivie d'une autre qui regroupe les contenus traités hors documents de cours.

**Corps finis et codes spectraux** – Classification 08.07, 45 pages.

Rappels d'arithmétique modulaire (pour les entiers et polynômes). Entiers d'un corps et caractéristique, relations de Fröbenius ; Ordre d'un élément, élément primitif, polynôme minimal et éléments conjugués. Construction et propriétés des corps finis, tables de calcul, correspondance de Zech.

Transformée de Fourier discrète sur un corps fini, corps localisateur, convolution cyclique ; contraintes et accords de conjugaison. Algorithmes rapides (Hörner, Rader, Good-Thomas, Cooley-Tuckey).

Codes cycliques et spectraux, polynôme générateur, code dual ; borne BCH et généralisations ; application aux codes BCH et Reed-Solomon, codes à résidus quadratiques, codes de Golay. Polynômes localisateur et évaluateur d'erreur ; algorithme de décodage de Peterson et Gorenstein-Zierler, décodage par l'algorithme d'Euclide, algorithme de Forney, algorithme de Berlekamp-Massey.

**Inégalités** – Classification 01.82, 61 pages. Moyennes et normes. Convexité et inégalités de Jensen. Inégalités des moyennes. Inégalités des doubles moyennes. Inégalités sur les sommes, produits et normes. Inégalités généralisées du type Hölder-Minkowski. Inégalités sur les déterminants. Inégalités de Young et produit de convolution. Inégalité de Weyl-Heisenberg. Inégalité de Poincaré-Wirtinger.

**Distributions, transformée de Fourier, convolution** – 203 pages (version abrégée 96 pages).

Théorie des distributions : rappels sur les fonctions localement intégrables et les mesures ; définition et ordre d'une distribution, universalité ; produit par une fonction, changement de variable, distributions positives ; recollement des morceaux, distributions impulsives, formule des sauts, pseudo-fonctions et valeurs principales, le problème de la division, distributions homogènes ; distributions à support fini, à croissance lente, tempérées, à décroissance rapide.

Transformée de Fourier d'une fonction intégrable, d'une distribution tempérée ; formule d'inversion, propriétés ; dualité  $C^\infty$  à croissance lente – distribution à décroissance rapide ; théorème de Paley-Wiener-Schwartz ; transformation de Laplace d'une distribution causale. Transformée de Fourier dans  $L^2$ , relations de Parseval-Plancherel.

Convolution de distributions à supports convolutifs, d'une distribution tempérée par une distribution à décroissance rapide ; régularisation par convolution, approximations de l'identité, suites régularisantes.

Séries de Fourier, distributions discrètes et périodiques ; peigne de Dirac et formule de Poisson ; convolution périodique, convolution discrète. Séries de Fourier dans  $L^2_{\text{per}}$ .

**Théorie des Probabilités** – Hermes Science-Lavoisier (2008), 362 pages. Bases de la théorie des probabilités ; variables et vecteurs aléatoires (v.a.) ; fonctions et composantes d'un v.a. ; indépendance ; conditionnement ; espérance et espérance conditionnelle ; moments et fonction caractéristique ; matrices de corrélation et de covariance ; vecteurs gaussiens réels et complexes ; transformée de Karhunen-Loève ; estimation (linéaire ou non) aux moindres carrés ; inégalités de Bienaymé-Chebychev, etc. ; loi faible et forte des grands nombres et théorème central limite ; processus aléatoires, stationnaires, ergodiques ; théorème ergodique.

**Théorie de l'Information et du Codage** – Hermes Science-Lavoisier (2007), 286 pages. Entropie et entropie relative (divergence) ; traitements, sources et canaux ; information mutuelle, entropie conditionnelle, entropie différentielle ; maximum d'entropie ; chaînes de Markov et théorème du traitement de données ; information de Fisher, bornes de Cramér-Rao, estimation paramétrique et non paramétrique ; inégalités de la variance entropique et identité de Bruijn ; fonction taux-distorsion d'une source, capacité d'un canal ; séquences typiques et conjointement typiques ; théorèmes de Shannon pour le codage de source sans pertes, avec pertes et le codage de canal ; codage de source-canal conjoint.

**Analyse temps-fréquence et temps-échelle** – Classification 07.24, 87 pages. Résolution temps-fréquence, inégalité de Weyl-Heisenberg, fréquence instantanée et retard de groupe ; transformée de Fourier court-terme et spectrogramme, transformée en ondelettes continue et scalogramme ; Transformations bilinéaires : Wigner-Ville, classe de Cohen, classe affine, boîtes à outil MATLAB temps-fréquence et temps-échelle.

**Modulations numériques** – Classification 08.07, 39 pages. Densité spectrale de puissance (théorèmes de Wiener-Khintchine). Diagramme de l'œil et cosinus surélevé. Fonctions d'erreur.

**Information et codage de source** – et exercices corrigés, polycopié de l'Ecole Nationale Supérieure des Techniques Avancées, 47 pages.

Codage entropique à longueur variable (VLC) ; inégalité de Kraft-McMillan ; théorème de Shannon ; algorithme de Huffman ; codage par plages (RLC) ; codage de Lempel-Ziv, codage arithmétique.

Quantification scalaire ; conditions du plus proche voisin et du centroïde ; algorithme de Lloyd-Max ; performances haute-résolution, formule de Bennett ; performances en présence d'un codeur entropique. Quantification vectorielle ; algorithme LBG ; performances haute-résolution, formule de Zador.

Codage par transformée ; transformée orthogonale, gain de codage ; allocation optimale de débits binaires ; transformée de Karhunen-Loève, inégalité de Hadamard ; algorithme de Shoham-Gersho. Codage par prédiction linéaire, gain de prédiction.

**Codage entropique** – Classification 07.24, 25 pages. Codage entropique à longueur variable (VLC) ; inégalité de Kraft-McMillan ; théorème de Shannon ; algorithme de Huffman ; codage par plages (RLC) ; codage de Lempel-Ziv, codage arithmétique.

**Codage de canal : Performances de systèmes codés** – Classification 08.07, 182 pages. Performances de systèmes codés en décodage hard et soft ; borne de Bhattacharyya, identités de Mac Williams. Bornes de Chernov et de Gallager, taux critique et capacité, exposants de Gallager.

**Suites récurrentes et pseudo-aléatoires** – Classification 08.07, 86 pages. Suites linéairement récurrentes et formule de Moivre ; suites irréductibles et formule de la trace ; suites primitives pseudo-aléatoires, distributions de valeurs et des plages ; propriétés de moyenne et d'auto-corrélation ; application à la cryptographie ; séquences à faible intercorrélacion : Kasami, Gold, BCH-duales ; application à l'étalement de spectre.

*La liste suivante regroupe les sujets traités hors documents de cours.*

**Traitement du signal** – Le problème du filtrage linéaire ; formule de filtrage en transformée de Fourier ; échantillonnage de signaux à bande limitée. Espace des signaux d'énergie finie, signaux orthogonaux. Signal analytique, transformée de Hilbert et enveloppe complexe ; représentation en bande de base des signaux bande-étroite.

Signaux aléatoires stationnaires, fonction d'auto-corrélation, densité spectrale de puissance, théorème de Wiener-Khintchine ; Représentation en bande de base des signaux aléatoires à bande étroite. Analyseur de spectre.

Transformée de  $z$ , filtres stables, filtres à minimum de phase, à phase linéaire, conception de filtres sur gabarit (algorithme de Parks-McClellan) ; transformée de Fourier rapide (FFT radix-2, radix-4, split-radix), filtrage rapide par FFT et fast FIR ; introduction à la complexité multiplicative.

Traitements multicadence et multirésolution, interpolation, décimation et représentation spectrale ; bancs de filtres polyphases, QMF, et à reconstruction parfaite. Construction de bases d'ondelettes orthogonales et bi-orthogonales ; décomposition pyramidale, régularité des filtres-ondelettes, boîtes à outils MATLAB sur la compression d'images fixes par ondelettes.

**Modulations analogiques et numériques** – Modulation analogiques (DBL, BLU, AM), performances, gain en rapport signal à bruit ; démodulation cohérente par détecteur d'enveloppe, indice de modulation et facteur de crête ; modulation de fréquence (FM) et de phase (PM), formule de Carlson ; démodulation, discriminateur, boucle à verrouillage de phase.

Modulations numériques linéaires, spectre d'un signal modulé (formule de Bennett) ; efficacité spectrale ; transmission en bande de base et autour d'une fréquence porteuse ; théorie de la détection sur canal à bruit additif blanc gaussien ; espace des signaux et statistique suffisante, détection optimale (critères MAP, ML) et filtre adapté ; critère de Nyquist, diagramme de l'œil, distorsion maximale ; filtres en cosinus surélevé, facteur de débordement ; performances des modulations BPSK, QPSK, PAM, QAM, PSK sur canal gaussien : borne de l'union, probabilité d'erreur par paires ; performances sur les canaux à évanouissements (canal de Rayleigh, de Rice). Mesure du taux d'erreur binaire dans un système numérique.

**Systèmes de codage de canal** – Codes linéaires en blocs, distance de Hamming, capacité de détection et de correction, remplissage d'effacements ; matrice génératrice et matrice de vérification de parité ; décodage par syndrome, cas des codes cycliques. [voir ci dessus, décodage algébrique des codes BCH et Reed-Solomon].

Codes convolutifs : codes en arbre, en treillis ; diagramme d'états et treillis ; codes convolutifs récursifs, codes catastrophiques, poinçonnage, distance libre ; algorithme de décodage de Viterbi.

Egalisation ZF et MMSE, filtrage de Wiener ; modulation OFDM codée ou non codée ; techniques d'étalement de spectre (séquences PN) ;

## Activités de recherche et animation d'équipe

### 4.1 Introduction

Ma passion pour la recherche a débuté lorsque j'avais une douzaine d'années ! Mon professeur de mathématiques expérimentait sur notre classe une « pédagogie Freinet », et dans un groupe de quatre élèves, nous avons passé l'année scolaire à définir et à classer des familles de carrés magiques... — une véritable formation « par la recherche », basée sur le tâtonnement expérimental, l'autonomie et le travail en équipe, qui a même débouché sur une publication dans une revue pédagogique.

A la fin de mes deux ans d'études à l'Ecole Polytechnique, c'est tout naturellement que je fixai mon choix sur un sujet de stage long de recherche . . . en mathématiques. Guidé par Yves MEYER (alors au Centre de mathématiques de l'X), j'ai eu la chance d'être emporté vers un sujet totalement nouveau et prometteur : les *Ondelettes*. J'ai découvert non seulement des mathématiques passionnantes, mais aussi une équipe pluridisciplinaire regroupant des personnalités d'une grande gentillesse et d'une grande bienveillance (Yves MEYER bien sûr, mais aussi le physicien Alex GROSSMANN, l'acousticien Richard KRONLAND-MARTINET, l'ingénieur Jean MORLET, les jeunes chercheurs Ingrid DAUBECHIES, Matthias HOLSCHNEIDER et Stéphane MALLAT). A la fin de mon stage, je rédigeai avec Yves MEYER et Stéphane JAFFARD un article sur les ondelettes paru dans la revue *Pour la Science* [1].

Ingénieur-élève à Télécom Paris, j'ai continué en parallèle mes activités de recherche : sur l'analyse et la synthèse de son par ondelettes [4] au laboratoire d'acoustique d'Antoine CHAIGNE, sur les représentations énergétiques temps-échelle [5] en collaboration avec Patrick FLANDRIN (ENS Lyon), et lors de mon stage long aux Laboratoires Bell (NJ, USA), sur l'application des réseaux de neurones à la production de la parole [3] avec Bishnu S. ATAL. Tous ces travaux ont été concrétisés par des publications.

En 1989, j'ai rejoint le CRPE, laboratoire mixte CNRS/CNET, où j'ai commencé ma thèse sous la direction de Pierre DUHAMEL, alors spécialiste en algorithmes rapides de transformée de Fourier et de filtrage. Grâce à Pierre et à Martin VETTERLI à l'université de Columbia (NY, USA), j'y ai connu trois années de recherche passionnantes et tous azimuts en traitement du signal, particulièrement sur l'application des ondelettes à la compression d'images fixes. A la fin de ma thèse, je présentai une liste d'une dizaine de publications, dont un papier invité dans la revue *IEEE Signal Processing Magazine* [10].

Après un bref passage au département « Services de communication de Groupe et de Visiophonie » du CNET (FT R&D) où je travaillai sur la future norme MPEG-4, j'ai rejoint Télécom Paris en tant qu'enseignant-chercheur en 1995.

Ce fut une étape importante dans ma carrière. J'intégrai une équipe de recherche de qualité, avec un superbe environnement de travail en recherche académique. J'ai pu à loisir faire interagir mes deux activités complémentaires d'enseignement et de recherche, tout en m'impliquant dans des thèmes de recherche pluri-disciplinaires, communs au traitement du signal et aux communications numériques.

Progressivement, au gré de rencontres et d'opportunités, j'ai fait évoluer mes activités de recherche : les aspects codage et théorie de l'information ont pris une place importante dans mes travaux. Actuellement, ceux-ci portent sur des aspects de compression de signaux et d'images, de codage de canal, et de conception de systèmes source-canal conjoint, guidée par les résultats de la théorie de l'information.

En 2003, j'ai pris la tête de du groupe « Communications Numériques » au sein du département « Communications et Electronique » de TELECOM ParisTech. Cela m'a amené à coordonner et à stimuler l'ensemble des activités de recherche du groupe en communications numériques, dans le cadre de TELECOM ParisTech et plus généralement de l'Institut TELECOM.

Aujourd'hui, après 20 ans d'expérience en recherche académique, voici résumé, en quelques points, mes activités de recherche.

## 4.2 Thèse

**Intitulé** – « Ondelettes régulières : application à la compression d'images fixes. »

**Mots clés** – Transformée en Ondelettes, décomposition multi-résolution de signaux, codage en sous-bandes, bancs de filtres itérés, régularité höldérienne, orthogonalité, conception de filtres, algorithmes rapides, compression d'images.

**Directeur de thèse** – Pierre DUHAMEL.

**Dates** – Septembre 1989 – Mars 1993.

**Lieu** – Cette thèse a été réalisée au Centre National d'Études des Télécommunications, au sein du Centre de Recherche en Physique de l'Environnement Terrestre et Planétaire, dans le département Electromagnétisme, Théorie des Communications et Propagation.

**Ecole Doctorale** – ED130 : Informatique, Télécoms et Électronique (EDITE).

**Soutenance** – Le 15 mars 1993 à l'École Nationale Supérieure des Télécommunications devant le jury composé de :

Claude LABIT ..... Président  
Yves MEYER ..... Rapporteur  
Martin VETTERLI ..... Rapporteur  
Michel BARLAUD ..... Examineur  
Yves GRENIER ..... Examineur  
Pierre DUHAMEL ..... Directeur

**Mention** – Très honorable avec les félicitations du jury.

**Résumé** – Cette thèse est consacrée à l'étude de l'influence pratique de nouvelles propriétés mathématiques apportées par la théorie des *ondelettes* dans le domaine du codage en sous-bandes, en vue d'application à la compression d'images fixes.

On montre, par une analyse théorique de la décomposition multi-résolution de signaux à temps discret, que l'apport pratique essentiel de la théorie des ondelettes, dans ce cadre, est la propriété de *régularité* des bancs de filtres itérés en octaves utilisés pour le codage en sous-bandes. On développe ensuite un certain nombre d'outils, qui vont rendre possible une étude exhaustive du rôle de la régularité pour des applications en compression d'images.

Une étude mathématique détaillée de la notion de régularité est menée ; elle permet d'obtenir des algorithmes d'estimation optimale de régularité. Ensuite, on développe plusieurs méthodes de calcul de bancs de filtres, permettant de réaliser des bons compromis entre la régularité et les autres propriétés des filtres généralement considérées comme utiles pour le codage d'images (orthogonalité vs. biorthogonalité, phase linéaire, sélectivité en fréquence, etc.). On propose également des algorithmes rapides permettant, à peu de frais, de réduire notablement la charge de calcul nécessaire à la réalisation d'un banc de filtres itéré en octaves.

Finalement, on mène une étude expérimentale du rôle des propriétés des filtres calculés, pour un schéma simple de compression d'images fixes, où la transformée en ondelettes est séparable. Dans le cadre restreint choisi, on met en avant l'intérêt potentiel du critère de régularité par rapport à ceux de sélectivité en fréquence et de phase linéaire.

**Mémoire** – (259 pages) disponible sous forme électronique à l'adresse  
[pastel.paristech.org/1307/](http://pastel.paristech.org/1307/).



### 4.3 Thèmes de recherche

Dans ce paragraphe, je présente brièvement les principales thématiques de recherche développées depuis ma thèse de doctorat, qui s'articulent *grosso modo* autour de trois grands axes.

▷ Voir les chapitres 6 et 7 pour une liste détaillée par thèmes de mon parcours de recherche passé, présent et prospectif.

**Ondelettes** – Un premier axe s'articule autour de la théorie des ondelettes, avec application à l'analyse ou au codage de signaux en sous-bandes, par transformée en ondelettes et bancs de filtres. Les thèmes étudiés sont très variés, de l'analyse théorique à la conception pratique de systèmes de codage, en passant par l'étude mathématique des schémas de subdivision sous-jacents, la création de nouveaux outils d'analyse temps-fréquence et temps-échelle, la conception de filtres réguliers et sélectifs, à phase linéaire ou non, la conception d'algorithmes rapides, le traitement des effets de bord, l'allocation débit-distorsion dans les sous-bandes, l'optimisation globale du système de compression suivant différents critères de reconstruction, etc. Voici une liste de quelques thèmes choisis détaillés dans le chapitre 6 :

- théorie multi-résolution en temps discret (§ 6.1) ;
- unification des représentations énergétiques temps-échelle (§ 6.11) ;
- conception d'ondelettes régulières et schémas de subdivision (§§ 6.13, 6.17) ;
- conception de filtres réguliers et sélectifs (§§ 6.2, 6.12) ;
- algorithmes rapide d'implantation d'analyse par ondelettes (§§ 6.6, 6.7) ;
- traitement aux bords pour le codage adaptatif en sous-bandes (§ 6.16) ;
- compression d'images fixes optimisée par ondelettes (§§ 6.3, 6.4, 6.20) ;
- compression d'images biomédicales selon un critère de norme infinie (§§ 6.19, 6.20).

L'aspect multi-résolution de la transformée en ondelettes donne également un cadre bien adapté à la protection hiérarchique des données en vue d'applications de codage de source/canal conjoint.

**Codage source-canal conjoint** – Cet axe s'oriente autour des interactions entre méthodes de codage de source et de codage de canal. Au départ, le troisième théorème de Shannon a provoqué une séparation entre ces deux domaines : ce théorème affirme que l'on peut tendre vers une limite (OPTA) de débit source/canal avec un système où codages de source et de canal sont *séparés*. Les codeurs sont alors très longs et complexes, et la distorsion globale est presque uniquement due au codeur de source (la transmission est rendue quasi-fiable). Cependant, un système séparé n'est pas la seule solution envisageable à l'optimum : une solution conjointe peut dramatiquement réduire la complexité des codeurs et décodeurs, tout en maintenant un niveau de performance quasi-optimal. Cela résume tout l'enjeu du codage conjoint. La difficulté de cette approche est qu'il est nécessaire de rechercher une grande flexibilité et robustesse vis-à-vis du débit visé, de la nature de la source et de celle du canal, afin de conserver

la nécessaire transparence des données vis-à-vis des réseaux de transmission. Dans cette optique, plusieurs pistes théoriques et pratiques sont explorées (détaillés dans les chapitres 6 et 7) :

- des méthodes de compression de source robustes aux erreurs de transmission (§§ 6.21, 6.24, 7.1, 7.6) ;
- des systèmes conjoints ou de compression directement sur le flux binaire d'information, conçus par optimisation de petits codes linéaires (§§ 6.23, 6.27) ;
- des systèmes conjoints utilisant les propriétés des codes BCH réels (§§ 6.29, 6.30, 6.31, 7.4) ;
- de nouvelles méthodes exploitant la dualité source/canal (§§ 6.22, 6.28) ;
- optimisation conjointe débit-distorsion sur des multi-sources (§ 6.25) ;
- des conceptions conjointes de systèmes complets génériques ou dédiés de transmission d'images (§§ 6.26, 6.32) ;

La dualité source-canal se retrouve dans l'expression des régions optimales prévues par la théorie de Shannon, et la conception de certains algorithmes conjoints s'inspire directement des outils de la théorie de l'information.

**Théorie de l'information** – Cette théorie constitue depuis les travaux de SHANNON (1948) une matière fondamentale qui explique les compromis optimaux entre débit, distorsion, taux d'erreurs et puissance émise dans tous les systèmes de codage (source, canal, ou conjoint source-canal) *via* l'expression de régions optimales de taux-distorsion de la source et capacité-coût d'utilisation. Des problèmes importants restent ouverts dans des cas plus généraux que les transmissions point à point mono-source ou mono-canal. Dans cette optique, je m'intéresse à la résolution de problèmes d'allocation et à l'étude mathématique d'inégalités servant à démontrer des réciproques de théorèmes de codage, et permettant de proposer, pour chaque système étudié, des limites théoriques qui servent de point de comparaison de performances. Ces outils devraient aussi permettre, pour certains types de problèmes à information adjacente, de guider la conception des codes de source/canal et du décodage associé. Plusieurs thèmes théoriques et pratiques sont explorés, détaillés aux chapitres 6 et 7 :

- Résolution de problème d'allocation de ressources taux-distorsion et capacité-coût (§§ 6.34, 6.35, 6.36, 7.9) ;
- Inégalités de variances entropiques et liens avec la théorie de l'estimation (§§ 6.37, 6.38, 6.39) ;
- Bornes de performances de systèmes de codage de source ou de canal (§§ 7.10, 7.11)

**Et maintenant ?** – Quelques sujets de recherche prospectifs sont détaillés au chapitre 7, et se situent en continuité des travaux déjà entrepris. L'utilisation de la décomposition en ondelettes est devenu un outil standard dès lors que l'on a besoin d'une représentation multi-résolution hiérarchique des signaux en vue d'applications plus spécifiques. Je l'utilise essentiellement en relation avec des méthodes de codage hiérarchiques qui permettent l'application d'idées de conception conjointe. La com-

munauté « codage conjoint » apparue dans les années 1990 est encore d'amplitude limitée mais le thème reste selon moi inévitablement porteur d'avenir ; à l'heure où on observe un engouement sans précédent pour les techniques d'interaction « inter-couches » entre couche physique (mise en forme des signaux de propagation) et couches plus élevées (MAC, Transport) du modèle OSI, il me semble inévitable que la conception de systèmes futurs prendront peu ou prou en compte une interaction entre les deux couches les plus éloignées du modèle, de la couche physique à la couche applicative ; et c'est là tout l'enjeu du codage source-canal conjoint. Il est donc important de maintenir une activité de recherche forte dans ce domaine, dont la problématique se comprend à l'aide de la théorie de l'information. Aujourd'hui base indispensable de la compréhension de systèmes multi-utilisateurs, cette théorie se cherche également de nouvelles applications dans des domaines divers, de la théorie des nombres jusqu'à la psychologie expérimentale en passant par son aspect quantique (bien représenté à TELECOM ParisTech). On commence aussi à reconnaître son fort potentiel dans l'étude de systèmes biologiques complexes et des modèles d'évolution du vivant. Un des précurseurs internationalement reconnu se trouve être d'ailleurs un ancien professeur du groupe ComNum au département Comelec de TELECOM ParisTech (Gérard BATAIL). Ces thèmes sont par ailleurs bien représentés au CMAP de l'Ecole Polytechnique, et mes échanges avec le CMAP pourraient déboucher sur de futures collaborations de recherche.

#### 4.4 Diffusion scientifique

La quatrième des dix leçons que Gian-Carlo ROTA « aurait aimé qu'on lui ait enseigné <sup>1</sup> » est : “*You are more likely to be remembered by your expository work*”. Effectivement, parmi mes dix publications les plus citées figurent trois écrits « tutoriaux » ou de vulgarisation (totalisant plus de 1500 citations). Mes travaux d'exposition et de diffusion scientifique se regroupent autour de trois thèmes :

**Ondelettes** – Je suis co-auteur du premier article de vulgarisation sur le sujet : « L'analyse par ondelettes », dans la revue *Pour la science* [1], ainsi que d'un article tutorial de référence : “Wavelets and Signal Processing” dans la revue *IEEE Signal Processing magazine* [10]. Outre des conférences publiques, j'ai donné une contribution à Barbara BURKE, principalement en ce qui concerne la régularité des filtres-ondelettes appliquée à la compression d'images, pour le premier livre grand public sur le sujet : *Ondes et ondelettes*, Belin 1995, prix d'Alembert 1996.

**Codage source-canal conjoint** – Je suis co-auteur de plusieurs articles tutoriaux sur le sujet, destinés à la communauté scientifique travaillant sur les aspects de compression de sources aussi bien que de transmission et codage d'information : “Combined source-channel coding : panorama of methods” [32] présente l'état de l'art du domaine, ainsi que les perspectives et enjeux du codage conjoint pour différents

---

1. *Notices of the AMS*, Vol. 44 (1997), No. 1.

types d'applications ; « Codage conjoint source/canal : enjeux et approches » [34] est un article invité du colloque GRETSI ; et enfin "Joint source and channel coding" [39] est un cours NATO développé sur le sujet, contenant les aspects de théorie de l'information appliqué à la problématique du codage conjoint.

**Théorie de l'information** – Je suis l'auteur du livre *Théorie de l'information et du codage* [62], chez *Hermes-Science-Lavoisier* qui contient en particulier deux chapitres orientés recherche sur les relations fortes entre informations de Shannon, de Fisher et l'erreur quadratique moyenne en estimation paramétrique ou non-paramétrique aux moindres carrés, ainsi que sur les inégalités de variance entropique et l'identité de Bruijn appliquées à la détermination de capacité de canaux. J'ai également collaboré avec Yves GUIARD (CNRS LTCI) sur des outils de théorie de l'information appliqués à des aspects perceptifs homme-machine et de psychologie expérimentale.

#### 4.5 Expertise, collaborations, contrats

**Affiliations** – Membre IEEE (*Signal Processing society, Information Theory society, Communications society*) et SIAM. Membre du GDR ISIS et du LTCI (CNRS UMR 5141).

**Évaluation** – Relecteur pour plusieurs revues à comité de lecture (IEEE Transactions on Image Processing, on Signal Processing, on Information Theory, Signal Processing, Annales des télécommunications, etc.) et pour de nombreuses conférences internationales (ICASSP, EURASIP), nationales (GRETSI) et workshops. Membre d'un comité technique (IEEE Int. Symp.), présidence (*chairman*) de plusieurs sessions (Conférences internationales sur les Ondelettes, GRETSI, RAIRO).

**Jurys de thèses** – Membre de plusieurs jurys de soutenance de thèses, notamment :

- Hervé LE BIHAN, *Bancs de filtres à phase linéaire et ondelettes biorthogonales : Étude de méthodes de synthèse en mono et bidimensionnel*, université de Rennes I, 1993.
- Christophe DE VLEESCHOUWER, *Matching pursuits video coding : Subband dictionaries and bit allocation methodologies*, université catholique de Louvain-la-Neuve, 1999.
- Fatma ABDELKEFI, *Les codes de Reed-Solomon complexes pour la correction des erreurs impulsives dans les systèmes multiporteuses*, ENST, 2002.
- Ghaya REKAYA-BEN OTHMAN, *Nouvelles constructions algébriques de codes spatio-temporels atteignant le compromis « multiplexage-diversité »*, ENST, 2005.
- Cédric VONESCH, *Fast and automated wavelet-regularized image restoration in fluorescence microscopy*, école polytechnique fédérale de Lausanne, 2008.

**Collaborations** – Mes travaux académiques ou contractuels m'ont conduit on vont me conduire à collaborer avec :

- Riadh ABDELFAH (SupCom Tunis)
- Bishnu S. ATAL (Univ. Washington)
- Jean-Claude BELFIORE (ENST)
- François-Xavier BERGOT (CSA)
- Thierry BLU (CUHK)
- Barbara BURKE HUBBARD (dir., Matrix Eds)
- Antoine CHAIGNE (ENSTA-UME)
- Antonio CIPRIANO (Thalès Communications)
- Ingrid DAUBECHIES (Princeton)
- Christian DORIZE (Alcatel-Lucent)
- Pierre DUHAMEL (LSS-Supélec)
- Stig Ingar EVJE (Mesta AS)
- Patrick FLANDRIN (ENS Lyon)
- Avi GABAY (Sanmina-SCI)
- Benoît GELLER (ENSTA)
- Yves GUIARD (CNRS LTCI)
- GUO Dongning (Northwestern)
- Stéphane JAFFARD (LAMA Univ. Marne-la-Vallée)
- Lamia KARRAY (France Telecom)
- Richard KRONLAND-MARTINET (CNRS LMA)
- Axel LE POUPON (MINDEF)
- Mokshay MADIMAN (Yale)
- Stéphane MALLAT (Polytechnique)
- Yves MEYER (CMLA ENS-Cachan)
- Tibor NAGY (IT Director at Accor Services)
- Jean-Christophe PESQUET (Univ. Marne-la-Vallée)
- Pablo PIAANTANIDA (LSS-Supélec)
- Georges RODRIGUEZ (ENST)
- Pierre SIOHAN (Orange Labs – FT R&D)
- Patrick SOLÉ (CNRS LTCI)
- Michael UNSER (EPFL)
- Martin VETTERLI (Vice Psdt. EPFL, Berkeley)
- YANG Sheng (LSS-Supélec)
- Bahram ZAHIR AZAMI (Univ. Kurdistan)

**Contrats** – J'ai participé à trois contrats de recherche finalisés ou en cours de finalisation.

**Contrat France Télécom (1996–1999).** – Contrat FT R&D No. 971B450, consultation thématique CCTP/CTI No. 96 PE 76C2.

*Thème* : Codage conjoint source-canal

*Partenaires* : FT R&D CNET, CCETT Rennes, ENST Paris, ENST Bretagne

*Sujet* : Étude conjointe du codage de source et de canal intégrant au codeur source une couche supplémentaire qui effectue la hiérarchisation de l'information en complétant le codage canal existant, et conservant ainsi l'indépendance du réseau par rapport à l'information véhiculée.

*Résultats* : Ma contribution porte sur l'optimisation de la partie *codage* du système conjoint : conception et mise en œuvre logicielle d'une chaîne complète de transmission d'images sur un terminal mobile de faible résolution, intégrant une quantification optimisée avec déquantificateur linéaire de façon à minimiser l'impact des erreurs binaires de transmission sur la distorsion quadratique moyenne.

**RNRT « CoSoCaTi » (2000–2003)** – Projet d'étude du Réseau National de Recherche en Télécommunication. Responsable ENST/Comelec.

*Thème* : Codage source-canal conjoint pour la transmission d'images fixes ou animées

*Partenaires* : CNES, THALES Communications, INRIA-IRISA, France Télécom, Université de Nice-Sophia Antipolis Laboratoire I3S-CNRS UMR6070, TELECOM Paris, ENST Bretagne

*Sujet* : Ce projet propose une optimisation conjointe et une conception globale des fonctions de codecs source-canal pour la transmission d'images dans le canal satellite et radio-mobile, plus précisément pour des applications de téléreportage sur canal radio-mobile, télésurveillance par satellite en orbite basse, et diffusion cinéma et d'observation spatiale par satellite géostationnaire.

*Résultats* : Ma contribution porte sur le sous-projet 2 : *Transmission d'images fixes dans le canal radio-mobile* : mise en œuvre logicielle d'une chaîne complète, simulée sur COSSAP, pour la transmission de flux MPEG4 dans des canaux GSM ; intègre une technique de codage conjoint appliquée à des flux binaires (thèse de AZAMI) avec optimisation des codes linéaires (thèse de BERGOT) et un décodage en entrées et sorties pondérées.

**RNRT « ECoFRaMe » (2006–2010)** – Projet du Réseau National de Recherche en Télécommunication.

*Thème* : Éléments de convergence pour les futurs réseaux d'accès et métropolitains hauts débit.

*Partenaires* : Alcatel CIT/R&I, France Télécom, KLOE, INT, PRISM de Versailles, ENST Brest, TELECOM Paris, Université de Limoges

*Sujet* : Le projet propose l'étude d'un réseau métropolitain d'accès multiple avec les technologies utilisées dans les réseaux d'accès et les réseaux métropolitains régionaux. La contribution scientifique de l'ENST porte sur l'élaboration de modèles du canal physique, le dimensionnement et l'optimisation du réseau par des validations expérimentales des résultats théoriques. Ma contribution est de

6h-mois dans le sous-projet 3, activité codage de canal : performances de codes en bloc sur canal optique (binaire asymétrique) pour la correction de paquets, en collaboration avec Georges RODRIGUEZ et Philippe GALLION.

**Divers** – Contributions ponctuelles au réseau d'excellence NEWCOM (2003–2007), NEWCOM++ et à l'ANR « Information, Energy and Efficiency of Professional Tennis Serves » (2006–2009) en collaboration avec Yves GUIARD.

#### 4.6 Encadrement

**Encadrement de doctorants** – J'ai encadré ou co-encadré cinq doctorants, dont voici des résumés de thèse.

**Lamia KARRAY** – *Compression d'images en norme infinie*, thèse soutenue en septembre 1995. Cette thèse est consacrée à l'étude de l'utilisation de la norme infinie (minimax) en codage d'images fixes monochromes, pour des applications à l'imagerie biomédicale. On montre que l'introduction de ce critère en compression d'image permet un contrôle local des distorsions et offre ainsi une flexibilité supplémentaire aux schémas de compression. Deux approches sont étudiées : l'une déterministe et l'autre statistique. Le critère de la norme  $L^\infty$ , associé aux propriétés statistiques de l'erreur de reconstruction, prend en compte la notion d'intervalle de confiance, qui permet de reconstruire le signal original avec un pourcentage fixé à l'avance de pixels erronés. Une étude théorique et algorithmique est menée : elle aboutit à des schémas de compression permettant d'exploiter les connaissances *a priori* sur l'image afin de reconstruire avec un taux de pertes pré-déterminé, voire sans pertes. Des exemples de résultats d'utilisation en compression « presque » sans pertes sont illustrés par une application concrète de ces schémas en compression d'images mammographiques. De plus, différentes approches pour un schéma efficace dans tout contexte de codage sont proposées, l'apport d'une prédiction ARMA étant quantifiée. Enfin, le critère  $L^\infty$  utilisé est comparé à celui, classique de l'erreur quadratique moyenne, dans un schéma de compression bas-débit : les schémas proposés permettent une meilleure reconstruction au niveau des contours.

**Seyed Bahram ZAHIR AZAMI** – *Codage conjoint source/canal, protection hiérarchique*, thèse soutenue en mai 1999. Cette thèse est consacrée à la conception d'un schéma complet de codage source/canal optimisé conjointement pour une source et un canal donnés, tout en conservant une indépendance de conception vis-à-vis de la source et du canal. La stratégie adoptée est de diviser le problème global en sous-problèmes plus simples et de résoudre chaque sous-problème séparément. Le premier sous-problème étudié consiste à optimiser la décomposition binaire de la source vis-à-vis du canal ; le deuxième sous-problème est de concevoir des codes à entrée binaire et sortie souple optimisés conjointement pour la source et le canal ; le troisième sous-problème consiste à combiner les deux procédures précédentes par une

allocation optimale des débits aux différents codeurs pour les différents flux binaires d'information. Cette thèse apporte trois contributions principales pour la résolution de ces trois sous-problèmes : 1<sup>o</sup> un algorithme de type Lloyd pour décomposer une source en flux binaires, particulièrement bien adapté à des statistiques gaussiennes et uniformes ; 2<sup>o</sup> un algorithme de conception de sorties souples de codeurs possédant de bonnes performances en termes de minimisation globale de la distance euclidienne ; 3<sup>o</sup> un algorithme de type Shoham-Gersho d'affectation optimale de débits encodés, qui conditionne les performances globales de la structure complète, mesurées sur des images pour différents modèles de canaux.

**François-Xavier BERGOT** – *Dualité entre codage de source et codage de canal*, thèse soutenue en juin 2000. Cette thèse montre que l'étude de la dualité entre codage de source et codage de canal constitue une approche-clé pour simplifier la conception de systèmes de codage conjoint source/canal ; étude rendue donc nécessaire pour améliorer les performances des systèmes dont la complexité est limitée. Afin de mener à bien cette conception, différentes briques de base sont étudiées, qui impliquent de faibles délais de traitement, s'appuient sur des modèles simples de source, de canal et de critères de performances, et exploitent par dualité les outils de codage de canal pour le codage de source. La première brique de base étudiée met en œuvre la transmission d'une source binaire symétrique ou asymétrique sur un canal binaire symétrique selon un critère de distance de Hamming. Un système dit « source ou canal » est proposé, en utilisant des codes linéaires ou arithmétiques, dont les performances surpassent celles de systèmes conjoints classiques, pour différentes complexités de codeurs utilisés. La deuxième brique de base étudiée met en œuvre la compression d'une source gaussienne en présence de bruit impulsif à l'aide de codes BCH réels MDS. Cette compression minimise à la fois la distance de Hamming et la puissance de bruit impulsif. La troisième brique de base considérée concerne la transmission d'une source gaussienne sur un canal binaire symétrique selon le critère d'erreur quadratique moyenne : le quantificateur est optimisé à code de canal fixé en imposant une relation linéaire entre les dictionnaires de source et de canal. Les meilleurs systèmes de faible complexité obtenus sont ceux pour lesquels le codage de canal est absent. Ces briques de base peuvent être (et ont été) utilisés dans des systèmes complexes à protection hiérarchique de données (cf. thèse de Bahram AZAMI ci-dessus).

**Abraham (Avi) GABAY** – *Codage conjoint source/canal : application aux transmissions d'images par satellite*, thèse soutenue en janvier 2001. Cette thèse propose une approche de codage conjoint source/canal basée sur les codes BCH construits sur le corps des réels. Leurs propriétés permettent en effet de considérer l'effet conjoint des codeurs de source et de canal en exploitant une plus grande gamme de codes, comparée à celle des codes BCH construits sur les corps de Galois. Dans un premier temps, une modélisation des perturbations issues de la quantification de la source et du bruit de transmission est mise en œuvre avant d'être incorporée l'optimisation



conjointe globale du système. Sont étudiés les algorithmes de codage de sources gaussiennes, l'algorithme de décodage et la robustesse du schéma conjoint en transmission d'images satellite, comparée au schéma de codage séparé prévu dans les futures générations du satellite SPOT et employées pour la transmission des images du CNES. On observe une nette amélioration des performances globales, la multiplicité des codes BCH sur les réels permettant une allocation de débits plus précise par l'algorithme de Shoham-Gersho, le prise en compte du critère de distorsion quadratique à toutes les étapes de la chaîne de transmission (sans passer par le taux d'erreurs binaires) et la minimisation de l'impact des erreurs de transmission non ou mal corrigés sur la qualité visuelle de la reconstruction.

**Axel LE POUPON** – *Méthodes optimales et sous-optimales d'allocation de ressources*, thèse soutenue en septembre 2009. Cette thèse propose d'aborder le problème de l'allocation de ressources en communications numériques, c'est-à-dire de l'optimisation d'un coût global du système par répartition en diverses composantes d'une ressource contrainte par un budget, sous un angle nouveau et global. La reformulation complète du problème et de l'ensemble des concepts sous-jacents permet d'énoncer des critères propices à une recherche exhaustive qui fait défaut dans de nombreux systèmes actuels. Ces critères conduisent à quatre classes d'algorithmes nouveaux. Les deux premiers permettent une recherche exhaustive et optimale, 1<sup>o</sup> par une relation d'ordre adaptée au problème qui accélère la sélection systématique des points de fonctionnement optimaux, ou 2<sup>o</sup> par une technique de "branche et limite" sur des chemins convexes admissibles au travers d'un nuage de points. Les deux derniers relâchent la contrainte d'optimalité de façon à accélérer la recherche, 3<sup>o</sup> par une élimination locale de points de fonctionnement qui dévoilent de nombreux points cachés, ou 4<sup>o</sup> par dérivation de chemins convexes sous-optimaux mais très proche de l'optimalité. Les performances de tous ces algorithmes sont éprouvés à l'aide d'un même corpus de test pertinent aussi bien pour le problème de compression que de transmission de données, et comparées aux méthodes existantes.

**Autres encadrements** – J'ai encadré ou co-encadré depuis 1995 de nombreux travaux de post-doc et de stagiaires, notamment les suivants :

- Riadh ABDELFAH : *Transmission d'images fixes dans le canal radio-mobile*
- Mireille BORG : *Décodage souple des codes BCH sur les entiers cyclotomiques*
- Thomas CHARDIN : *Schémas de Costa pour le tatouage d'images*
- Antonio CIPRIANO : *Capacités de canaux gaussiens avec information adjacente*
- François DÉPREZ : *Effets de bords dans les bancs de filtres non stationnaires*
- Mehmet HENDLEKI : *Unequal error protection for joint source-channel coding*
- Stieg Ingar IVJE : *Optimisation d'un système conjoint de transmission d'images*
- Axel LE POUPON : *Codage de Karhunen-Loève en basse résolution*
- Sabine LEVEILLER : *Algorithme de Blahut sur les canaux à évanouissements*
- Tibor NAGY : *Conception de filtres numériques bi-orthogonaux de Nyquist*
- Gilles TAILLEFER : *Énumération de poids et décodage de codes  $q$ -aires duaux*

- Nicolas VOYER : *Constellations hiérarchiques et modulations fractales*
- SUI Yang : *Algorithme de recuit déterministe de Blahut-Rose*

#### 4.7 Animation d'équipe de recherche

**Animation du groupe « Communications Numériques » (2004-2008)** – En 2004, j'ai pris la responsabilité de l'équipe « Communications Numériques » (COMNUM) au département Comelec de TELECOM ParisTech en remplacement de Robert VALLET. Il était constitué de 4 permanents :

- Jean-Claude BELFIORE (Professeur)
- Joseph BOUTROS (Maître de Conférences)
- Gorges RODRIGUEZ-GUISANTES (Maître de Conférences)
- Philippe CIBLAT (Maître de Conférences)

Suite aux départs de Robert VALLET et de Joseph BOUTROS, et à la croissance des activités de recherche (particulièrement en théorie de l'information) et d'enseignement du groupe, j'ai suivi les dossiers de plusieurs recrutements sur des postes à temps plein, aujourd'hui finalisés :


- Ghaya REKAYA-BEN OTHMAN ..... 2005
- Walid HACHEM (CNRS)..... 2006
- Aslan TCHAMKERTEN ..... 2008
- Patrick SOLÉ (CNRS) ..... 2009
- Michèle WIGGER ..... 2009

qui témoignent de la vitalité de nos activités et porte ses membres à 9 permanents, auxquels il faut rajouter 2 post-doc et 18 doctorants. Les travaux de recherche du groupe se regroupent autour des thèmes suivants : modulations numériques multi-porteuses et ultra-large bande, codes spatio-temporels, algorithmes de détection, théorie de l'information et codage pour les réseaux sans fil, et codage conjoint source-canal.

En dehors de l'aspect administratif (suivi du budget, dossiers de recrutement, rapports d'activité, etc.) et du suivi des activités d'enseignement (dans lesquelles le groupe est très impliqué), mon rôle de responsable, sur la plan de la recherche, consiste à animer et stimuler les collaborations, à proposer des engagements contractuels divers (bipartite, publics, européens, etc.), et à coordonner différentes actions sollicitées par l'Institut TELECOM et ParisTech.

Voici quelques faits marquants du groupe COMNUM, toutes activités confondues, qui ont eu lieu pendant la durée de mon mandat :

- depuis 2004, une prévision chiffrée du budget annuel pour dotation du département Comelec ;
- instauration en 2005 de réunions de travail régulières du groupe (tous les mois) avec ordre de jour et compte rendu, sur différents aspects d'actualité de la recherche et de l'enseignement ;
- préparation des rapports d'activité du groupe pour le CNRS (2005) et l'AERES (2008) ;

- création d'un séminaire « COMNUM » en 2005 pour stimuler les collaborations de recherche ;
- élaboration du premier plan de recherche du groupe COMNUM pour la période 2006-2010, repris dans le cadre de l'élaboration de la stratégie TELECOM ParisTech 2008–2012.
- refonte de nos contenus d'enseignement en cycle Master en 2006 (3 unités d'enseignement de base et 2 de spécialité) pour une visibilité améliorée de nos enseignements à TELECOM ParisTech ;
- depuis 2007, administration collégiale de la gestion des contrats de recherche et du suivi du budget (notamment missions) ;
- création de deux projets structurants Institut TELECOM spécifiques COMNUM (MIMO et SCOOP) en 2007 ;
- depuis 2007, réunions de travail et contacts privilégiés avec la direction de l'Ecole et la direction scientifique de l'institut TELECOM ;
- refonte de nos stages de formation continue et de nos enseignements pour les polytechniciens en double diplôme et ingénieurs-élèves du corps des Mines en 2007 et 2008 ;
- inauguration en 2008 d'un laboratoire « COMNUM » financé par la société ALTRAN suite au montage d'un dossier de taxe d'apprentissage, qui a entraîné différentes réfections et améliorations de locaux ;
- refonte des contenus de nos enseignements en master recherche M1 et M2 (SysCom/STN avec l'UPMC) en 2008-2009 ;
- création du logo du groupe  et mise à jour en 2008 de sa page de présentation [www.comelec.enst.fr/recherche/comnum.en](http://www.comelec.enst.fr/recherche/comnum.en)
- première analyse de l'implantation du groupe sur le site Palaiseau (2008).

À la fin de mon mandat, ce groupe comporte trois *H*-numbers > 10, accueille en flux permanent 15 à 20 doctorants (18 en 2008), et s'auto-finance sur contrats de recherche à environ 150% en investissement, fonctionnement, missions, et personnel non permanent. Cela signifie que nos contrats sont globalement excédentaires en regard de nos dépenses et que nous finançons donc les autres activités du département. En résumé, sur le plan de la recherche, notre groupe est exemplaire sur tous les indicateurs à TELECOM ParisTech (publications, doctorants, et chiffres d'affaires des contrats).

## Liste des publications et travaux

Pour le confort du lecteur, un numéro de page **A-n** renvoie à l'annexe du présent mémoire.

- [1] Yves MEYER, Stéphane JAFFARD et Olivier RIOUL, "L'analyse par ondelettes," Pour la Science, Sept. 1987, pp. 28-37. .... **p. A-1**
- [2] Olivier RIOUL, "Wigner-Ville representations of signals adapted to shifts and dilations," Tech. Memo. 11227-880422-03, AT&T Bell Laboratories, Murray Hill, NJ, USA, Apr. 1988. .... **p. A-11**
- [3] Bishnu S. ATAL and Olivier RIOUL, "Neural networks for estimating articulatory positions from speech," Journal of the Acoustical Society of America, vol. 86, Suppl. 1, p. S67, Nov. 1989. Tech. Rep. AT&T Bell Laboratories, Murray Hill, NJ., Apr.-Nov. 1988. .... **p. A-19**
- [4] Christian DORIZE, Olivier RIOUL and Antoine CHAIGNE, "Analysis/synthesis of sound signals using a discrete wavelet transform," in Proceedings of the 13th International Congress on Acoustics, Belgrade, Yugoslavia, 1989. .... **p. A-43**
- [5] Patrick FLANDRIN, Benoît VIDALIE, and Olivier RIOUL, "Fourier and wavelet spectrograms seen as smoothed Wigner-Ville distributions", in Wavelets and applications (Proceedings of the International Conference on Wavelets and Applications, Marseille, May 1989), volume 20 of RMA Research Notes in Applied Mathematics, Y. Meyer editor, Masson, Springer-Verlag, Paris, 1992, pp. 93-103. .... **p. A-47**
- [6] Patrick FLANDRIN and Olivier RIOUL, "Affine smoothing of the Wigner-Ville distribution," in Proceedings of the 1990 IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing (ICASSP-90), April 1990, vol. 5, pp. 2455-2458. .... **p. A-61**
- [7] Olivier RIOUL, "Structures and algorithms for the orthonormal discrete wavelet transform," presented at the 1990 IEEE Digital Signal Processing workshop, Sept. 1990, pp. 3.3.1 - 3.3.2. .... **p. A-65**
- [8] Olivier RIOUL, "Fast algorithms for the continuous wavelet transform," in Proceedings of the 1991 IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing (ICASSP-91), April 1991, vol. 3, pp. 2213 - 2216. ... **p. A-67**
- [9] Olivier RIOUL et Pierre DUHAMEL, "Transformées en ondelettes discrètes et continues : comparaison et algorithmes rapides," in Proceedings of the 13e colloque GRETSI, Sept. 1991, pp. 193-196. .... **p. A-71**

- 
- [10] Olivier RIOUL and Martin VETTERLI, "Wavelets and signal processing," IEEE Signal Processing Magazine, vol. 8, no. 4, Oct. 1991, pp. 14-38. . . . . **p. A-75**
- [11] Olivier RIOUL and Pierre DUHAMEL, "Fast algorithms for discrete and continuous wavelet transforms," IEEE Transactions on Information Theory, vol. 38, no. 2, Mar. 1992, pp. 569-586. . . . . **p. A-103**
- [12] Olivier RIOUL, "Regular wavelets : Theory and algorithms," in Progress in Wavelet Analysis and Applications, (Proceedings of the International Conference on Wavelets and Applications, Toulouse, France, June 1992), Y. Meyer and S. Roques eds., Editions Frontières : Gif-sur-Yvette, France, 1993, pp. 229-235. . **p. A-121**
- [13] Olivier RIOUL and Patrick FLANDRIN, "Time-scale energy distributions : a general class extending wavelet transforms," IEEE Transactions on Signal Processing, vol. 40, no. 7, July 1992, pp. 1746-1757. . . . . **p. A-131**
- [14] Olivier RIOUL, "Simple, optimal regularity estimates for wavelets," in Proceedings of the sixth European Signal Processing Conference (EUSIPCO'92), Aug. 1992, J.Vandewalle, R. Boite, M. Moonen, A. Oosterlinck eds., Elsevier Science pub., 1992, pp. 937-940. . . . . **p. A-143**
- [15] Olivier RIOUL, "A discrete-time approach to regularity of 1D or 2D wavelets," in Proceedings of the 1992 IEEE Digital Signal Processing workshop, Sept. 1992, pp. 1.9.1-1.9.2. . . . . **p. A-147**
- [16] Olivier RIOUL, "Simple regularity criteria for subdivision schemes," SIAM Journal on Mathematical Analysis, vol. 23, no. 6, Nov. 1992, pp. 1544-1576. . **p. A-149**
- [17] Olivier RIOUL, *Ondelettes régulières : application à la compression d'images fixes*, PhD thesis, ENST, Coll. Télécom Paris 93 E 004, Classification 07.242, spécialité Signal et Images, Mar. 1993. . . . . **p. A-183**
- [18] Thierry BLU and Olivier RIOUL, "Wavelet regularity of iterated filter banks with rational sampling changes," in Proceedings of the 1993 IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing (ICASSP-93), vol.3, Apr. 1993, pp. 213 - 216. . . . . **p. A-331**
- [19] Olivier RIOUL, "On the choice of 'wavelet' filter for still image compression," in Proceedings of the 1993 IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing (ICASSP-93), vol. 5, Apr. 1993, pp. 550 - 553. **p. A-335**
- [20] Olivier RIOUL, "Hölder regularity of subdivision schemes and wavelets," in Wavelets, Images and Surface Fitting (Proceedings of the International Conference on Curves and Surfaces, Chamonix, France, June 1993), P.J. Laurent, A. Le Méhauté, L.L. Schumaker eds., A K Peters : Wellesley, MA, 1994, pp. 437-444. . **p. A-339**
- [21] Olivier RIOUL, "A discrete-time multiresolution theory," IEEE Transactions on Signal Processing, vol. 41, no. 8, Aug. 1993, pp. 2591-2606. . . . . **p. A-349**
- [22] Hervé LE BIHAN, Pierre SIOHAN, Olivier RIOUL et Pierre DUHAMEL, "Une méthode simple de calcul de bancs de filtres/ondelettes bi-orthogonales," in Proceedings of the 14e colloque GRETSI, Sept. 1993, pp. 443-446. . . . . **p. A-365**

- 
- [23] Olivier RIOUL, "Regular wavelets : a discrete-time approach," IEEE Transactions on Signal Processing, vol. 41, no. 12, Dec. 1993, pp. 3572 - 3579. . . . . **p. A-369**
- [24] Olivier RIOUL, "Conception de filtres ondelettes : application à la compression d'images," in Proceedings of the Colloque Temps-Fréquence, Ondelettes et Multi-résolution : Théorie, Modèles et Applications, INSA-Lyon, France Mar. 1994, pp. 5.1-5.10. . . . . **p. A-377**
- [25] François DÉPREZ, Olivier RIOUL and Pierre DUHAMEL, "Border recovery for subband processing of finite-length signals. Application to time-varying filter banks," in Proceedings of the 1994 IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing (ICASSP-94), Apr. 1994, vol.3, pp. III/133 - III/136. . . . . **p. A-387**
- [26] Hamid KRIM, Jean-Claude PESQUET, and Olivier RIOUL, *SIMPA Library : MATLAB Time-scale and time-frequency toolbox*, reference guide prepared by S. ATTALLAH and R. SETTINERI, GDR-ISIS, Jun. 1994.
- [27] Olivier RIOUL and Pierre DUHAMEL, "A Remez exchange algorithm for orthonormal wavelets," IEEE Transactions on Circuits and Systems II : Analog and Digital Signal Processing, vol. 41, no. 8, Aug. 1994, pp. 550 - 560. Appendix : "Note on a Remez exchange algorithm for orthonormal wavelets" (convergence proofs), Apr. 1994. . . . . **p. A-391**
- [28] Lamia KARRAY, Pierre DUHAMEL et Olivier RIOUL, "Compression d'images en norme  $L^\infty$ ", presented at 16es Journées Tunisiennes en Electrotechnique et Automatique (JTEA'94), Hammamet, Tunisia, Nov. 1994, pp. 219–225. **p. A-409**
- [29] Lamia KARRAY, Olivier RIOUL and Pierre DUHAMEL, " $L^\infty$ -coding of images : a confidence interval criterion," in Proceedings of the 1994 IEEE International Conference on Image Processing (ICIP-94), Nov. 1994, vol.2, pp. 888–892. **p. A-417**
- [30] Lamia KARRAY, Pierre DUHAMEL et Olivier RIOUL, "Critère de la norme infinie pour un codage de bonne qualité", in *Actes des Journées Compression et Représentation des Signaux Audiovisuels*, CCETT, Rennes, Janv. 1995, pp. 291–298.
- [31] Olivier RIOUL, "A spectral algorithm for removing salt and pepper from images," in Proceedings of the 1996 IEEE Digital Signal Processing Workshop, Sept. 1996, pp. 275 - 278. . . . . **p. A-423**
- [32] S. Bahram ZAHIR AZAMI, Pierre DUHAMEL and Olivier RIOUL, "Combined source-channel coding : Panorama of methods," presented at the CNES Workshop on Data Compression, Nov. 1996, Toulouse, France. . . . . **p. A-427**
- [33] S. Bahram ZAHIR AZAMI, Olivier RIOUL and Pierre DUHAMEL, "Performance bounds for joint source-channel coding of uniform memoryless sources using a binary decomposition," in Proc. COST 254 European Workshop on Emerging Techniques for Communication Terminals, Toulouse, France, Jul. 1997. **p. A-447**
- [34] Pierre DUHAMEL et Olivier RIOUL, "Codage conjoint source/canal : enjeux et approches," invited paper, in Proceedings of the 16e colloque GRETSI, Sept. 1997, pp. 699-704. . . . . **p. A-453**

- 
- [35] S. Bahram ZAHIR AZAMI, Pierre DUHAMEL and Olivier RIOUL, "Combined source-channel coding for binary symmetric channels and uniform memoryless sources," in Proceedings of the 16e colloque GRETSI, Sept. 1997, pp. 1073-1076. **p. A-459**
- [36] Olivier RIOUL and Pierre DUHAMEL, "Fast algorithms for wavelet transform computation," chapter 8 in *Time-frequency and Wavelets in Biomedical Signal Processing*, IEEE Press Series on Biomedical Engineering, M. Akay editor, Wiley, Oct. 1997, pp. 211-242. **p. A-463**
- [37] Olivier RIOUL, *Codage de canal : Performances de systèmes codés*, polycopié ENST, Classification 08.07, mars 1998. **p. A-499**
- [38] Lamia KARRAY, Pierre DUHAMEL, and Olivier RIOUL, "Image coding with an  $L^\infty$  norm and confidence interval criteria," IEEE Transactions on Image Processing, vol. 7, no. 5, May 1998, pp. 621 - 631. **p. A-669**
- [39] Pierre DUHAMEL, Olivier RIOUL, and S. Bahram ZAHIR AZAMI, "Joint source and channel coding," NATO Advanced Study Institute on Signal Processing for Multimedia, July 1998, Il Ciocco Resort Hotel, Tuscany, Italy. **p. A-681**
- [40] François-Xavier BERGOT and Olivier RIOUL, "Joint binary symmetric source-channel coding with small linear codes," in Proceedings of the ninth European Signal Processing Conference (EUSIPCO'98), Vol. 1, Sept. 1998. **p. A-707**
- [41] S. Bahram ZAHIR AZAMI, Pierre DUHAMEL and Olivier RIOUL, "Joint source-channel coding of uniform memoryless sources over binary symmetric channels," in Proceedings of the IEEE Global Telecommunications Conference (GLOBECOM 98), Nov. 1998, vol. 6, pp. 3614-3619. **p. A-711**
- [42] Abraham GABAY, Pierre DUHAMEL and Olivier RIOUL, "Exploitation de la redondance résiduelle pour combattre le bruit," presented at the CNES Workshop : Codage source/canal combiné, Toulouse, Nov. 1998.
- [43] François-Xavier BERGOT and Olivier RIOUL, "L'éloge de la paresse en codage conjoint source/canal," presented at the CNES Workshop : Codage source/canal combiné, Toulouse, Nov. 1998.
- [44] Abraham GABAY, Pierre DUHAMEL and Olivier RIOUL, "Codage source/canal combiné : Impact du codage BCH sur la compression d'images," presented at CNES Workshop : Compression embarquée d'images fixes, Toulouse, Juin 1999.
- [45] S. Bahram ZAHIR AZAMI, Pierre DUHAMEL and Olivier RIOUL, "Joint optimum bitwise decomposition of any memoryless source to be sent over a BSC," in Proceedings of the IEEE International Conference on Telecommunications (ICT'99), June 1999, vol. 2, pp. 251-255. **p. A-717**
- [46] Abraham GABAY, Pierre DUHAMEL and Olivier RIOUL, "Spectral interpolation coder for impulse noise cancellation over a binary symmetric channel," in Proceedings of the tenth European Signal Processing conference (EUSIPCO'00), vol. 4, Sept. 2000. **p. A-723**
- [47] Abraham GABAY, Pierre DUHAMEL and Olivier RIOUL, "Real BCH codes as joint source channel codes for satellite images coding," in Proceedings of the 2000

- 
- IEEE Global Telecommunications Conference (GLOBECOM '00), Nov.-Dec. 2000, vol. 2, pp. 820-824. .... **p. A-727**
- [48] Abraham GABAY, Olivier RIOUL and Pierre DUHAMEL, "Joint source-channel coding using structured oversampled filters banks applied to image transmission," in Proceedings of the 2001 IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing (ICASSP '01), May 2001, vol. 4, pp. 2581-2584. **p. A-733**
- [49] Olivier RIOUL et Pierre DUHAMEL, *Information et codage de source*, photocopié et exercices corrigés, Polycopié de l'Ecole Nationale Supérieure des Techniques Avancées, Sep. 2003. .... **p. A-737**
- [50] Olivier RIOUL, *Inégalités*, Polycopié de l'Ecole Nationale Supérieure des Télécommunications, Classification 01.82, Sep. 2004. .... **p. A-785**
- [51] Olivier RIOUL, *Suites récurrentes et pseudo-aléatoires*, Polycopié de l'Ecole Nationale Supérieure des Télécommunications, Classification 08.07, Mars 2005. .... **p. A-847**
- [52] Axel LE POUAPON and Olivier RIOUL, "An optimal algorithm for resource allocation with concave cost functions," presented at the 5th ALIO/EURO Conference on Combinatorial Optimization, Paris, France, Oct. 26-28th, 2005. .... **p. A-933**
- [53] Olivier RIOUL, *Analyse temps-fréquence et temps-échelle*, Polycopié de l'Ecole Nationale Supérieure des Télécommunications, Classification 07.24, Déc. 2005. .... **p. A-935**
- [54] Riadh ABDELFAH, Olivier RIOUL and Pierre DUHAMEL, "Linear scalar quantization of wavelet image decomposition using joint optimization," in Proceedings of the 12th IEEE Conference on Electronics, Circuits and Systems (ICECS'05), Gammarth, Tunisia, Dec. 11-14th, 2005. .... **p. A-1023**
- [55] Olivier RIOUL, *Modulations numériques : Densité spectrale de puissance. Cosinus surélevé. Fonctions d'erreur*, Polycopié de l'Ecole Nationale Supérieure des Télécommunications, Classification 08.07, Mars 2006. .... **p. A-1027**
- [56] Axel LE POUAPON and Olivier RIOUL, "An optimal algorithm for resource allocation with concave objective functions," RAIRO Operations Research, EDP Sciences, 2006 (revised version). .... **p. A-1067**
- [57] Olivier RIOUL, *Distributions, transformée de Fourier, convolution*, Polycopié de l'Ecole Nationale Supérieure des Télécommunications, Classification 01.82, Août 2006. .... **p. A-1079**
- [58] Olivier RIOUL, *Codage entropique*, Polycopié de l'Ecole Nationale Supérieure des Télécommunications, Classification 07.24, Nov. 2006. .... **p. A-1175**
- [59] Olivier RIOUL, *Corps finis*, Polycopié de l'Ecole Nationale Supérieure des Télécommunications, Classification 08.07, Nov. 2006. .... **p. A-1201**
- [60] Olivier RIOUL, "A simple proof of the entropy-power inequality via properties of mutual information," in *Proceedings of the 2007 IEEE International Symposium on Information Theory (ISIT 2007)*, Nice, France, June 2007. .... **p. A-1247**



- [61] Olivier RIOUL, "Information theoretic proofs of entropy power inequalities," *IEEE Transactions on Information Theory*, accepted for publication, 2008. . p. **A-1253**
- [62] Olivier RIOUL, *Théorie de l'Information et du Codage*, Hermes Science - Lavoisier, 286 pages, Sept. 2007. .... p. **A-1295**
- [63] Olivier RIOUL, *Théorie des Probabilités*, Hermes Science - Lavoisier, 362 pages, Juin 2008. .... p. **A-1587**
- [64] Sujets de mathématiques du concours commun Mines-Ponts, filière MP, 2009. .... p. **A-1959**
- [65] Olivier RIOUL, "L'enseignement des nombres réels," soumis à la Gazette de la Société Mathématique de France, 2009. .... p. **A-1969**



# Travaux de recherche et de diffusion scientifique

Cette liste de thèmes est organisée par ordre vaguement chronologique, en commençant par les thèmes liées à ma thèse, afin de donner une idée des évolutions de mon parcours de recherche.

## 6.1 Décomposition multi-résolution en temps discret

Au début de ma thèse (1989), il existait deux théories pour la décomposition en ondelettes : celle liée à la transformée en ondelettes continue (Jean MORLET [GM84]) qui implique une synthèse redondante, et celle liée aux séries d'ondelettes orthogonales (Yves MEYER [M86]) qui enlève cette redondance et décompose le signal sur des espaces fonctionnels orthogonaux en « octaves ». Les travaux récents de Mallat [M89] laissaient entrevoir un lien fort avec le codage en sous-bandes par bancs de filtres itérés, mais aucune théorie spécifique d'une décomposition multi-résolution des signaux à temps-discret n'avait été développée ; celle-ci n'était utilisée que comme une étape technique d'implantation d'algorithmes ou comme un moyen de construction mathématique de bases orthogonales de  $L^2(\mathbb{R})$ . D'un autre côté, les bancs de filtres étaient étudiés selon le point de vue d'une décomposition en sous-bandes, ce qui masque l'aspect multi-résolution.

J'ai donc synthétisé les différentes approches pour proposer un cadre théorique d'ondelettes *discrètes* plus approprié aux applications de traitement du signal numérique qui sont par nature essentiellement discrètes. La principale difficulté est ici de définir les changements d'échelle sur des signaux en temps-discret : ce sont des opérateurs [7, 9]

$$\begin{cases} (\mathbf{G} \uparrow x)_n = \sum_k x_k g_{n-2k} \\ (\downarrow \mathbf{G}' x)_n = \sum_k x_k g'_{2n-k} \end{cases}$$

à partir desquels tous les schémas connus de décomposition multirésolution s'obtiennent itérativement. Le lien entre les deux opérateurs est donné par une dualité de transposition hermitienne. Ils permettent de définir rigoureusement les notions d'*échelle* et de *résolution* sur les composantes discrètes de signaux, qui clarifient les idées essentielles menant à décomposition pyramidale de Burt et Adleson [BA83] et à la transformée en ondelettes discrètes (banc de filtre à reconstruction parfaite) dans le cadre le plus général, celui de la biorthogonalité. Cette dernière décomposition peut

s'écrire, pour un signal  $(x_n)$ , sous la forme :

$$x_n = \sum_{j=1}^J \sum_{k \in \mathbb{Z}} \langle x_n, \tilde{h}'_{n-2^j k} \rangle h_{n-2^j k}^j + \sum_{k \in \mathbb{Z}} \langle x_n, \tilde{g}'_{n-2^j k} \rangle g_{n-2^j k}^j.$$

où les  $h^j = (\mathbf{G} \uparrow)^{j-1} h$  correspondent aux version dilatées de l'ondelette-mère et les  $g^j = (\mathbf{G} \uparrow)^{j-1} g = (\mathbf{G} \uparrow)^j \delta$  correspondent aux versions dilatées de l'ondelette-père, selon la terminologie d'Yves MEYER. Dans le cas général, les fonctions de base à temps discret sont biorthogonales :

$$\langle h_{n-2^j k}^j | \tilde{h}'_{n-2^j k} \rangle = \delta_{k,\ell} \delta_{i,j},$$

le cas classique de l'orthogonalité se retrouvant sur la condition  $h = h'$  et  $g = g'$ . La théorie partage les mêmes propriétés que son équivalent en temps continu (séries d'ondelettes) : décomposition sur une base, échelle, résolution, (bi)orthogonalité, et aussi la régularité (voir par exemple le § 6.13 ci-dessous). Un avantage est qu'elle constitue une alternative qui n'utilise pas d'espace fonctionnel, simplifie les preuves théoriques et fournit directement des algorithmes en temps-discret. L'article de référence est [21] (134 citations).

## 6.2 Conception de filtres dyadiques plats et sélectifs

Il existait à cette époque (avant 1992) peu de solutions disponibles pour implanter des bancs de filtres FIR à reconstruction parfaite, itérés en octaves, dans un schéma de décomposition en ondelettes dyadiques orthogonales : une famille à sélectivité en fréquence maximale de SMITH et BARNWELL [SB86] et la famille régulière de DAUBECHIES [D88], qui s'avère être du type MAXFLAT [H71]. Dans le premier cas, on peut minimiser l'atténuation dans la bande passante à l'aide de l'algorithme classique de PARKS-MCCLELLAN [PM72] qui se base sur un algorithme d'échange de zéros de REMEZ minimisant un critère  $L^\infty$  (problème classique de l'approximation polynomiale de Chebyshev). Dans le deuxième cas, la contrainte de platitude impose un nombre maximal  $K = L/2$  de zéros à  $z = -1$  du filtre produit  $P(z) = H(z)H(z^{-1})$  (où  $L$  est la longueur du filtre passe-bas  $H(z)$ ) qui détermine complètement les solutions sans laisser de degré de liberté supplémentaire.

Avec Pierre DUHAMEL (LSS-Supélec), nous avons généralisé l'algorithme classique d'échange de zéros (type REMEZ) pour une contrainte de platitude  $K < L/2$  (ce qui laisse  $N = L/2 - K$  degrés de liberté) et une sélectivité maximale en fréquence. Nous avons montré que cet algorithme se réduit au problème mathématique suivant [27] : étant donné deux fonctions continues  $D_0$  (fonction désirée) et  $W$  (fonction de poids) sur  $[0, 1]$ , trouver le polynôme  $R(y)$  de degré  $N - 1$  qui minimise la norme du supremum

$$\|E\| = \max_{[0,1]} E(y)$$

où  $E(y) = W(y) \cdot (D_0(y) - R(y))$  et  $D_0(y) = \frac{D_0(y) - \delta}{W(y)}$  où  $\delta$  est la tolérance d'erreur en bande passante. La solution  $R^*(y)$  est unique et caractérisée par la condition

de  $N + 1$  alternances  $y_1 < y_2 < \dots < y_{N+1}$  telles que  $E(y_i) = \pm(-1)^i \|E\|$ . Dans ce cadre, l'algorithme de Remez modifié se ramène, à chaque étape  $n$ , à l'application du théorème d'alternance de Chebyshev pour le problème

$$\min_{R(y)} \max_{y \in \{y_i^j\}} |E_n(y)|$$

ce qui m'a permis de démontrer sa convergence vers la solution optimale. Il résulte de cet algorithme tout un éventail de choix de bases d'ondelettes avec un compromis optimal entre régularité (estimée grâce au § 6.13 ci-dessous) et sélectivité en fréquence. L'article de référence est [27] (64 citations).

### 6.3 Optimisation d'une compression d'images fixes par ondelettes

Ce travail est essentiellement l'objet de ma thèse [17] (soutenue en 1993). J'ai implanté en C et en MATLAB les solutions précédentes dans un schéma de compression d'images fixes choisies parmi une base de données d'images standard. Le choix s'est porté sur une transformée en ondelettes bi-dimensionnelle avec des filtres RIF séparables (horizontaux/verticaux) afin d'effectuer une étude précise de l'influence des propriétés de ces filtres – les méthodes de calcul de filtres pour les cas plus généraux (non séparable, filtres RII) restant à l'époque mal maîtrisés. Les effets aux bords de l'image sont compensés par une extension par symétrie et/ou périodicité. L'apport de la transformée en termes de gain (en décibels) est calculé directement sur les performances et non par une formule théorique contestable en fort taux de compression. La quantification dans chaque sous-bande est choisie uniforme (scalaire ou vectorielle sur réseau  $D_4$ ), ce qui correspond à l'implantation la plus simple et est également justifiée par son optimalité en présence de codage entropique pour une résolution pas trop faible. Les performances du codeur entropique par sous-bande sont estimés soit par un codage de Huffman, soit par un calcul d'entropie, ce qui reste une mesure raisonnable en quantification en faible dimension (peu d'*overhead*) et en résolution pas trop faible.

Afin de mesurer précisément l'effet de régularité des ondelettes, il faut garantir que toutes les autres briques de base du schéma de compression sont totalement optimisées par ailleurs. J'ai donc optimisé l'attribution des débits dans chaque sous-bande, ainsi que le nombre de sous-bandes lui-même, par un algorithme d'allocation optimale débit-distorsion du type SHOHAM-GERSHO [SG88], généralisé par VETTERLI-RAMCHANDRAN [RV93] (ce type de recherche de point d'enveloppe a d'ailleurs mené plus tard à de nouvelles recherches). Les simulations portent sur le Peak SNR (en décibels) en fonction du taux de codage (en bit par pixel (bpp)) dans un intervalle de 0 à 1.5 bpp pour des images initialement représentées sur 8 bpp. J'ai mesuré les influences séparées sur les performances de la régularité, du type de quantification (scalaire et vectorielle), du type de critère d'optimisation des filtres ( $L^2$  ou  $L^\infty$ ), de la longueur des filtres, et de la largeur des bandes de transition dans les gabarits de conception de ces filtres, le tout en commentant les aspects visuels de la reconstruction par types d'artefacts.

Bien que nos solutions n'aient au final pas été retenues pour la norme JPEG 2000 (qui a préféré des solutions biorthogonales pour des raisons de flexibilité d'implantation en précision finie), notre travail de pionnier (1993) a permis de dégager clairement l'influence des différents paramètres de conception sur les performances du schéma de compression d'images [17]. En particulier, il s'avère qu'à partir d'un certain point, augmenter l'ordre de régularité (et donc la taille des filtres) ne provoque qu'un gain marginal en rapport signal-à-bruit. Le contenu de cette thèse a été en partie publié dans [19, 24] et [23] (80 citations).

#### 6.4 Boîte à outils MATLAB « Ondelettes et temps-fréquence »

Les routines d'implantation MATLAB conçues pour ma thèse ont été mises en forme et documentées pour constituer une boîte à outils « SIMPA » du GDR ISIS. Cette boîte à outils propose des outils de traitement du signal numérique (conception de filtres, détermination de phase, retard de groupe, atténuation. . .) de conception de filtres-ondelettes (ondelettes orthogonales, biorthogonales, estimations de régularité), de traitement d'images (base de données du GDR, acquisition, visualisation, histogrammes, Huffman, entropie) et de codage par ondelettes (transformée en ondelettes, optimisation des quantificateurs, routines de visualisation).

La documentation de cette bibliothèque de logiciels [26] a été compilée par R. SETTINERI et comprend également des contributions de Jean-Christophe PESQUET (Université Marne-la-Vallée), Hamid KRIM (North Carolina State University), ainsi que de François AUGER (IUT Saint-Nazaire), Patrick FLANDRIN (ENS Lyon) et Paulo GONÇALVES (INRIA Rhône-Alpes) sur l'analyse temps-fréquence. Cette boîte à outils a été un temps pressentie pour alimenter le *MATLAB Wavelet Toolbox* officiel de la société MathWorks (en concurrence avec une autre équipe française); elle est disponible à l'adresse [gdr-isis.org/Applications/Temps-Echelle/](http://gdr-isis.org/Applications/Temps-Echelle/).

#### 6.5 Analyse et synthèse de son par ondelettes orthogonales

Les premières études menées au laboratoire CNRS de mécanique et d'acoustique de Marseille par l'équipe de Richard KRONLAND-MARTINET utilisent la représentation redondante du son par transformée en ondelettes continues, dont l'intérêt est de fournir une synthèse stable, mais au moyen d'une charge importante de calcul. Dans cette étude en collaboration avec Christian DORIZE et Antoine CHAIGNE du laboratoire d'acoustique de l'ENST, nous avons proposé pour la première fois l'utilisation d'algorithmes rapides de transformée en ondelettes discrètes orthogonales (filtres de Daubechies [D88]) pour différentes applications d'analyse/synthèse de son [4]. Le banc de filtres itéré utilisé en appliqué directement aux échantillons en sortie d'un convertisseur analogique-numérique, par ce qui est maintenant connu sous le nom d'algorithme de Mallat [M89] en une dimension. Des applications ont été menées sur la détection de faibles plosives dans le signal de parole, l'extraction de modulation de fréquence, et le contrôle de défaut de dents d'engrenage sur un signal mesuré à

l'aide d'un accéléromètre. Ces premières expériences confirment un fait aujourd'hui bien compris : les applications utilisant l'analyse par ondelettes peuvent nécessiter une très haute résolution temporelle (resp. fréquentielle), sans un besoin simultané d'une bonne résolution fréquentielle (resp. temporelle).

## 6.6 Algorithmes rapides de transformation en ondelettes dyadiques

Avec Pierre DUHAMEL, nous nous sommes intéressés à l'étude d'algorithmes rapides d'implantation de la transformée en ondelettes, aussi bien dans le cadre purement discret (temps et échelle discrets et implantation par bancs de filtres) que dans le cas des séries d'ondelettes (temps continu et échelle discrète). En préliminaire, nous avons proposé une relecture des algorithmes existants : algorithmes de Stéphane MALLAT [M89] pour les ondelettes orthogonales, de Martin VETTERLI [V86] pour les bancs de filtres itérés et de Mark SHENSA [S92] pour les séries d'ondelettes. Une implantation directe requiert  $J(L - 1)$  opérations par point, où  $L$  est la longueur des filtres utilisés et  $J$  est le nombre d'octaves ; l'algorithme de MALLAT et l'implantation par bancs de filtres requiert  $2L$  opérations par point, indépendamment du nombre d'octaves.

Afin d'appliquer des algorithmes rapides de filtrage, une réorganisation des calculs est nécessaire par décomposition *biphase* : le signal d'entrée est décomposée suivant  $X(z) = X_0(z^2) + z^{-1}X_1(z^2)$  et de même pour les fonctions de transfert des filtres passe-bas et passe-haut ( $G(z), H(z)$ ) ; les coefficients en ondelettes pour un étage de décomposition sont alors donnés par la formule

$$X_0(z)H_0(z) + z^{-1}X_1(z)H_1(z)$$

alors que la sortie qui alimente le prochain étage de décomposition est

$$Y(z) = G_0(z)X_0(z) + z^{-1}G_1(z)X_1(z).$$

Chaque sous-filtrage peut alors être accéléré à l'aide d'une *split-radix* FFT [D86] (directe et inverse) dont la taille  $N$  est optimalement adaptée à la taille  $B$  de blocs d'entrée par la formule  $B = 2N - (L - 2)$ . Un calcul exact de complexité donne un nombre d'opération par octave et par point calculé égal à  $4 \log_2 L + O(\log \log L)$ . On obtient par exemple un gain d'un facteur 20 pour une longueur  $L = 128$ .

Pour les petites longueurs de filtrage ( $L < 16$ ), la méthode de filtrage rapide par FFT s'avère inefficace. Nous avons proposé d'appliquer un algorithme « fast FIR » [MD91] conçu spécialement pour des petites longueurs ; l'exemple le plus simple de cet algorithme pour le filtrage  $Y(z) = H(z)X(z)$  est donné par la formule

$$\begin{cases} Y_0(z) &= H_0(z)(X_0(z) + X_1(z)) + X_1(z)(H_0(z) + H_1(z)) \\ Y_1(z) &= H_1(z)(z^{-1}X_0(z) + X_1(z)) + X_1(z)(H_0(z) + H_1(z)) \end{cases}$$

pour lequel le gain en complexité résulte du pré-calcul du terme  $X_1(z)(H_0(z) + H_1(z))$  commun aux deux sorties  $Y_0(z)$  et  $Y_1(z)$ . Nous avons donné les complexités exactes

pour les longueurs de filtres  $L < 16$  et obtenu par exemple un gain de charge de calcul d'un facteur 2 pour  $L = 10$ . Différentes variantes (prise en compte de contraintes d'orthogonalité, longueurs de filtres inégales) ont été également étudiées [9, 11].

### 6.7 Algorithmes rapides de transformation continue en ondelettes

Nous avons ensuite (avec Pierre DUHAMEL) appliqué les résultats obtenus pour l'implantation de la transformée en ondelettes continue (temps et échelle continus) pour l'analyse de signaux. Les coefficients de cette transformée peuvent s'obtenir à de transformées en ondelettes dyadiques, comme l'a remarqué Mark SHENSA [S92], ce qui donne une structure de calculs identique à celle proposé par Matthias HOLSCHNEIDER *et al.* [HKMT89].

Afin d'appliquer nos algorithmes rapides de transformée en ondelettes dyadiques, j'ai proposé une réorganisation de ces calculs [8], dans laquelle chaque bloc contient deux opérations de filtrage par  $G(z)$  et  $H(z)$ , les sorties du filtre  $H(z)$  étant simplement les coefficients en ondelettes, alors que celles de  $G(z)$  sont composées en deux séquences entrelacées qui vont alimenter séparément deux blocs à l'étage suivant. Cela revient à obtenir les coefficients octave par octave de la transformée en ondelettes continue comme résultant d'un entrelacement de grilles dyadiques  $(k2^j, j)$  dans le plan temps-échelle. Une implantation directe requiert (pour  $J$  octaves)  $2LJ$  opérations par point ; l'utilisation d'algorithmes de FFT ou de « Fast FIR » permet, comme dans le cas dyadique, de réduire la charge de calcul. On obtient  $6J \log_2 L + O(J \log \log L)$  opérations par point à l'aide de la FFT, soit par exemple un gain d'un facteur 8,3 pour  $L = 128$ . L'application d'algorithmes de filtrage FIR court permet de gagner par exemple un facteur 1,6 pour  $L = 10$ .

Différentes variantes et comparaisons à d'autres algorithmes existants ont été testées, en particulier, l'algorithme des BERTRAND et Jean-Philippe OVARLEZ [BBO90], qui utilise la transformée de Mellin et un échantillonnage géométrique des signaux ; nous avons proposée une version temporelle de leur algorithme fréquentiel basée sur la formule

$$\frac{1}{\sqrt{|a|}} \int_{\mathbb{R}} x(t) \psi^* \left( \frac{t-b}{a} \right) dt = \int_{\mathbb{R}_+} e^{\frac{t}{2}} x(e^t + b) \cdot e^{\frac{t-\alpha}{2}} \psi^* (e^{t-\alpha}) dt$$

où  $\alpha = \ln a$ , qui évite de précalculer la transformée de Fourier entière du signal et s'avère surtout utile si on désire « zoomer » l'analyse temps-échelle autour d'un instant  $b$  particulier.

L'article de référence paru dans les *IEEE Transactions on Information Theory* est [11] (324 citations) ; ce travail a également fait l'objet d'un chapitre [36] du livre *Time-frequency and Wavelets in Biomedical Signal Processing* (1997) qui donne un panorama complet.

## 6.8 Diffusion et vulgarisation des Ondelettes

Dès le tout début de mes activités de recherche, j'ai eu la chance d'intégrer une équipe pluri-disciplinaire (alors encore très réduite) sur la théorie naissante des ondelettes, qui était sur le point de se diffuser largement dans de nombreux domaines des sciences. Nous étions tous alors enthousiastes à l'idée de partager au plus grand nombre ces nouvelles idées qui étaient, le pensions-nous, révolutionnaires. Dans cette optique, j'ai écrit avec Stéphane JAFFARD et Yves MEYER le tout premier article de vulgarisation sur le sujet : « L'analyse par ondelettes », dans la revue *Pour la science* [1]. À cette époque, très peu d'applications avaient été développées, et nous étions surtout guidés par notre intuition mathématique que cette technique allait être mieux adaptée que l'analyse de Fourier à la résolution de problèmes liées aux caractéristiques physiologiques du traitement des signaux acoustiques et lumineux chez l'homme, ainsi qu'à l'analyse de fluctuations boursières de cours volatiles par la régularité höldérienne.

Quatre ans après, la situation avait grandement évolué sur les applications au traitement du signal et la « communauté des ondelettes » était rapidement devenue mondiale. Avec Martin VETTERLI, nous sentions qu'il était devenu opportun d'exposer un tutorial complet sur le sujet : *Wavelets and Signal Processing* dans la revue *IEEE Signal Processing magazine* [10], 25 pages d'exposition détaillée et plus d'une centaine de références sur les applications à l'analyse temps-fréquence, l'analyse multi-fractale, au codage pyramidal et en sous-bandes, aux bancs de filtres et ondelettes multi-dimensionnels, aux paquets d'ondelettes, etc. Cet article a connu un grand succès auprès des chercheurs s'intéressant au domaine et reste une référence ; c'est à ce jour ma publication la plus citée (1441 citations).

Vers la fin des années 1990, les ondelettes ont dépassé le cadre d'une communauté de spécialistes pour atteindre le grand public. J'ai à cette époque donné plusieurs conférences présentant le sujet, et ai également apporté ma contribution à Barbara BURKE, en ce qui concerne notamment la régularité des filtres-ondelettes appliquée à la compression d'images, pour le premier livre grand public sur le sujet : *Ondes et ondelettes* [B95], prix d'Alembert 1996, qui a été traduit en allemand, japonais et anglais [B96].

## 6.9 Réseaux de neurones linéarisés aléatoirement

Ce travail de recherche, effectué aux *Bell Laboratories* sous la supervision de Bishnu S. ATAL, étudie le comportement d'apprentissage d'un réseaux de neurones à deux couches, avec une couche intermédiaire de noeuds cachés interconnectés entre l'entrée et la sortie. Ce modèle peut être décrit par l'équation

$$\hat{O} = \mathbf{A} \cdot \Phi \cdot \mathbf{R} \cdot I$$

où  $I$  est le vecteur d'entrée,  $\hat{O}$  la sortie estimée,  $\Phi$  un opérateur non-linéaire multi-dimensionnel,  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{R}$  les matrices des poids de deuxième et première couche, respecti-



vement. Le critère d'apprentissage à minimiser est l'erreur quadratique moyenne

$$E = \|O - \hat{O}\|^2.$$

La difficulté d'une telle procédure est que les algorithmes d'optimisation par descente de gradient itératif (*back-propagation*) que nous avons implantés sont trop complexes pour être utilisables en mode apprentissage. Nous avons trouvé que les poids dans les non-linéarités de la première couche d'entrée (les entrées de la matrice  $\mathbf{R}$ ) pouvaient être fixées aléatoirement durant la procédure sans perte de performances du réseau ; cela nous a permis d'utiliser un algorithme d'optimisation linéaire rapide et non itératif pour déterminer les poids dans la deuxième couche  $\mathbf{A}$  par la formule [3]

$$\mathbf{A}_j = (\mathbf{H}^t \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^t O,$$

où  $\mathbf{H}$  est la matrice des sorties des noeuds intermédiaires connectés à la  $j$ ème sortie. L'application visée consiste à estimer les positions de différents articulateurs (angle de mâchoire, langue, lèvres, etc.) dans le conduit vocal à partir du signal de parole, un problème considéré alors comme extrêmement difficile [A74]. Nous avons montré par simulation [3] sur dix paramètres LPC du signal de parole, qu'un réseau de neurones utilisant 500 noeuds intermédiaires était suffisant pour déterminer avec une précision inférieure à 1% les positions articulatoires du modèle de Mermelstein [M73]. Une méthode comparable a été proposée plus tard, dans un contexte très différent, pour l'optimisation de poids de quantification en codage source-canal conjoint (§ 6.21).

### 6.10 Convolution affine de la distribution de Wigner-Ville

Lors d'un cours dispensé à l'ENST en traitement du signal, une formule curieuse a été présentée : le spectrogramme (module au carré de la transformée de Fourier court-terme)

$$|S_x(\tau, \nu)|^2 = \left| \int_{\mathbb{R}} x(t) g^*(t - \tau) \exp(-2i\pi\nu t) dt \right|^2$$

s'obtient à partir de la distribution de Wigner-Ville par convolution avec la distribution de Wigner-Ville de la fenêtre analysante :

$$|S_x(\tau, f)|^2 = \iint_{\mathbb{R}^2} W_x(t, \nu) W_g^*(t - \tau, \nu - f) dt d\nu$$

où

$$W_x(t, \nu) = \int_{\mathbb{R}} x\left(t + \frac{\tau}{2}\right) x^*\left(t - \frac{\tau}{2}\right) \exp(-2i\pi\nu\tau) d\tau.$$

Ce résultat fondamental illustre l'hégémonie de la distribution de Wigner-Ville pour les représentations d'énergie dans le plan temps-fréquence, et explique, pour ces représentations, le compromis de résolution de Weyl-Heisenberg. Par ailleurs, j'ai appris, par des discussions sur les états cohérents de la mécanique quantique avec Alex GROSSMANN au centre de physique théorique de Marseille-Luminy, que la transformée continue en ondelettes s'obtient formellement en remplaçant la convolution

temps-fréquence sur le groupe de Weyl-Heisenberg par celle sur le groupe affine  $ax + b$  [GM84]. Ceci m'a amené, lors d'un séjour d'études aux *Bell Laboratories* où se trouvait Ingrid DAUBECHIES, à transposer immédiatement la formule ci-dessus au cas affine : la transformée en ondelettes

$$T(b, a) = \frac{1}{\sqrt{|a|}} \int_{\mathbb{R}} x(t) g^* \left( \frac{t-b}{a} \right) dt,$$

où  $g$  est une ondelette-mère admissible, et  $\frac{1}{\sqrt{|a|}} g^* \left( \frac{t-b}{a} \right)$  est la représentation de carré intégrable invariante à gauche sur le groupe affine  $ax + b$ , satisfait à la formule [2]

$$|T(b, a)|^2 = \iint_{\mathbb{R}^2} W_x(t, \nu) W_g^* \left( \frac{t-b}{a}, a\nu \right) dt d\nu.$$

Avec Patrick FLANDRIN, nous avons appelé le membre de gauche « scalogramme » par analogie avec le spectrogramme, la notion de fréquence étant remplacée par celle d'échelle. Cette formule fondamentale montre qu'aussi bien en représentation temps-fréquence qu'en temps-échelle, la distribution de Wigner-Ville reste la distribution de résolution optimale à partir de laquelle on obtient aussi bien l'analyse par ondelettes que par Fourier court-terme : c'est donc le point commun entre les deux théories. La correspondance entre les deux groupes est la suivante : sur le groupe affine, la distribution de Wigner-Ville prend la forme :

$$W_x\{b, a\} \equiv W_x(t = b, \nu = \frac{1}{a}).$$

où  $W_x(t, \nu)$  est la distribution de Wigner-Vile traditionnelle (sur le groupe de Weyl-Heisenberg). Cette équivalence explique en particulier le compromis de résolution temps-échelle qui se déduit immédiatement de celui de Weyl-Heisenberg. J'ai également généralisé ce résultat aux distributions de Wigner-Ville généralisées, incluant celle de Rihaczek  $R_x(t, \nu) = x(t) X^*(\nu) \exp(-2i\pi\nu t)$ , où  $X$  est la transformée de Fourier de  $x$ . Ce travail a servi de point de départ à une unification des représentations énergétiques de signaux menée en collaboration avec Patrick FLANDRIN et Benoît VIDALIE.

### 6.11 Unification des représentations énergétiques temps-échelle

Suite aux travaux de Leon COHEN [C89] et de Patrick FLANDRIN [F84] sur la classification générale des représentations énergétiques temps-fréquence, nous avons développé (avec Benoît VIDALIE, Patrick FLANDRIN au CNRS LTS-ICPI de Lyon) la classification générale des représentations bilinéaires temps-échelle. Celles-ci s'obtiennent à partir de la distribution de Wigner-Ville par convolution temps-échelle avec un noyau  $\Pi$  quelconque [5, 6] :

$$\Omega_x(t, a; \Pi) = \iint_{\mathbb{R}^2} W_x(u, n) \Pi\left(\frac{u-t}{a}, an\right) du dn$$

que l'on peut également exprimer par un filtrage bi-fréquentiel  $f$  :

$$\Omega_x(t, a; \Pi) = \iint_{\mathbb{R}^2} f(an, \frac{\tau}{a}) A_x(n, \tau) e^{2i\pi n t} dn d\tau$$

où  $A_x$  est la fonction d'ambiguïté temps-fréquence à bande étroite. Cette classe générale est aujourd'hui connue sous le nom de classe de RIOUL-FLANDRIN [53]. Ce travail fondamental de classification s'accompagne de nouvelles perspectives théoriques : en imposant des contraintes supplémentaires (conservation d'énergie, marginales, formules de type « Moyal », etc.) sur le noyau, on retrouve ou on obtient de nouvelles représentations temps-échelles particulières aux propriétés remarquables. Par exemple, les distributions affines large-bande de Bertrand [BB88] utilisent des noyaux bi-fréquentiels localisés, correspondant à la formule générale :

$$\Omega_x(t, a; \Pi) = \frac{1}{|a|} \int_{\mathbb{R}} G(v) X\left(\frac{F(v) - v/2}{a}\right) X^*\left(\frac{F(v) + v/2}{a}\right) \exp(-2i\pi \frac{tv}{a}) dv$$

avec la spécification  $G(v) = \frac{v/2}{\sinh(v/2)}$  et  $F(v) = \frac{v}{2} \coth \frac{v}{2}$ . Par ailleurs, la correspondance entre fréquence et échelle devient triviale (identification  $f = \frac{\hat{v}}{a}$ ) lorsque la fonction de lissage  $f(n, t)$  ne dépend que de produit  $nt$ , ce qui est le cas pour les distributions de Rihaczek et de Choï-Williams.

Ce travail a débouché sur des applications pratiques : par lissage à partir de la distribution de Wigner-Ville, éventuellement adaptée au signal, on obtient de meilleurs compromis en résolution temps-échelle que pour la transformée (linéaire) en ondelettes ; une illustration a été présentée pour des noyaux gaussiens et un lissage séparable. L'article de référence pour ce travail est [13] (171 citations).

## 6.12 Conception en miroir de bancs de filtres biorthogonaux

La propriété de phase linéaire de filtres-ondelettes est jugée importante dans les applications de traitement d'images pour éviter toute distorsion de retard de groupe entre échelles. Cependant, il n'existe aucune solution régulière RIF à la fois orthogonale et à phase linéaire. Une approche (abordée par exemple par Ingrid DAUBECHIES [D93] et exploitée lors de ma thèse) consiste à choisir un appareillage de zéros dans le plan complexe le plus symétrique possible par rapport au cercle unité de sorte à obtenir des filtres orthogonaux à phase « presque » linéaire. Avec Hervé LE BIHAN et Pierre SIOHAN du CCETT (France Télécom R&D), nous avons proposée une approche duale qui conduit à des meilleurs résultats : des solutions RIF biorthogonales à phase linéaire, qu'on peut rendre « presque » orthogonales [22].

On se ramène, par les conditions de reconstruction parfaite, à la détermination des versions décimées  $G_0(z)$ ,  $H_0(z)$  des filtres passe-bas et passe-haut, l'un étant le complément biorthogonal [VH92] de l'autre. L'idée consiste à calculer d'abord librement un des filtres ( $H_0(z)$ ), avec un compromis optimal entre régularité et sélectivité en fréquence grâce à l'algorithme de Remez modifié que nous avons proposé avec Pierre DUHAMEL (cf. § 6.2) ; puis de déduire son complément orthogonal par simple inversion

d'un système linéaire en conservant suffisamment de zéros à  $z = -1$  pour garantir une bonne régularité. L'originalité de notre méthode réside dans l'utilisation d'un paramètre essentiel de *décalage*  $\Delta f$  de bande de transition, jusqu'ici inexploité. On obtient un algorithme itératif qui intègre des contraintes de régularité pour les deux solutions biorthogonales et qui s'avère très rapide en comparaison des algorithmes existants d'optimisation non-linéaire. Nous avons mis en œuvre deux critères de "miroir" : un critère de minimisation quadratique

$$\min \int_{-\pi}^{\pi} |H_0(e^{i\omega}) - G_0(e^{i\omega})|^2 d\omega$$

qui rend les solutions le plus orthogonales possibles au sens  $L^2$ , et un critère d'atténuation optimale dans la bande atténuée du complément biorthogonal (norme d'erreur  $L^\infty$  de Chebyshev). Nous avons également appliqué le principe de notre méthode au calculs de solutions en treillis plutôt qu'en structure transverse dans le cas où la longueur  $L = 2m$  est paire ; cela permet de se passer du calcul du complément biorthogonal ; en effet, on détermine directement  $H_0(z)$  et  $H_1(z)$  par la forme cascadée

$$\begin{pmatrix} H_0(z) \\ H_1(z) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \cdot \prod_{k=1}^{m-1} \begin{pmatrix} 1 & \alpha_k \\ \alpha_k z^{-2} & z^{-2} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ z^{-1} \end{pmatrix}$$

où les  $\alpha_k$  sont les coefficients de réflexion. Cela est particulièrement intéressant pour une implantation en précision finie, car la structure en treillis permet de conserver la reconstruction parfaite après troncature de la précision des coefficients  $\alpha_k$ .

### 6.13 Conception d'ondelettes dyadiques régulières

Le travail fondateur d'Ingrid DAUBECHIES [D88] a mis en lumière la propriété de régularité de filtres d'ondelettes utilisées dans la décomposition en ondelettes discrètes orthogonales. Elle a utilisé les propriétés d'équations aux différences à deux échelles pour en déduire des estimations d'ordre de régularité dans les espaces de Sobolev. J'ai développé une approche directe sur les schémas itératifs en temps-discret pour obtenir des estimations plus fines des régularités des ondelettes-père et mère [12, 14].

En reprenant les notations du § 6.1 sur les décompositions en ondelettes discrètes, l'ondelette correspondant à l'échelle  $j$  est la réponse impulsionnelle du filtre

$$H^j(z) = G(z)G(z^2) \cdots G(z^{2^{j-1}})H(z^{2^j}) = G^j(z)H(z^{2^j})$$

où  $G(z)$  est le filtre passe-bas utilisé dans l'implantation en bancs de filtres de la transformée en ondelettes. Il est bien connu que la convergence vers une ondelette analogique  $\psi(t) = \lim_j g_{[2^j t]}^j$  nécessite (en plus d'une condition de normalisation  $G(1) = 2$ ) que le filtre  $G(z)$  admette au moins un zéro à  $z = -1$ . J'ai établi que l'existence et la continuité de l'ondelette équivaut à la convergence uniforme, qui peut s'écrire sous la forme  $\max_n |h_{n+1}^j - h_n^j| \rightarrow 0$  quand  $j \rightarrow \infty$ . De plus, si les pentes

$$\delta h_n^j = \frac{h_n^j - h_{n-1}^j}{2^{-j}}$$

convergent uniformément, la fonction limite est la dérivée  $\psi'(t)$ , de sorte que l'ondelette est de classe  $C^1$  ; puisque la considération des pentes revient à factoriser un zéro à  $z = -1$  dans  $G(z)$ , cela explique que de façon générale, la régularité de l'ondelette croît avec la multiplicité  $K$  du zéro  $z = -1$  dans  $G(z)$ . Pour quantifier l'effet sur la régularité des autres zéros présents dans  $G(z)$ , on considère le comportement asymptotique des pentes itérées d'ordre  $K$  : si

$$|\delta^K h_{n+1}^j - \delta^K h_n^j| \leq c 2^{-j\alpha}$$

où  $c$  est une constante indépendante de  $j$ , et si  $K + \alpha > N$ , alors l'ondelette sera  $N$  fois continûment dérivable (cela inclut la possibilité que  $\alpha$  soit négatif ; le nombre  $K$  de zéros à  $-1$  compensant alors l'irrégularité due aux autres zéros). De plus, j'ai établi que la rapidité de la convergence uniforme croît exponentiellement avec la régularité, ce qui justifie *a posteriori* l'intérêt de cette étude pour des systèmes pratiques utilisant un nombre fini  $J$  d'octaves. Ce travail débouche sur des algorithmes rapides d'estimation de régularité associée à un filtre passe-bas  $G(z)$  quelconque [12, 14] et est à la base d'une analyse détaillée des schémas de subdivision (voir § 6.17).

#### 6.14 Généralisation à des ondelettes $p$ -adiques multidimensionnelles

Une généralisation à  $n$  dimensions effectuée en collaboration avec Tibor NAGY est la suivante : on considère une décomposition selon une matrice  $n \times n$  de dilatation  $\mathbf{D}$  – par exemple  $\mathbf{D} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$  pour le réseau  $\mathbf{D}\mathbb{Z}^2$  en quinconce – avec  $p = |\det \mathbf{D}|$  sous-bandes à chaque itération. La formule donnant les ondelettes discrètes devient

$$H^j(Z) = G(Z)G(Z^{\mathbf{D}}) \cdots G(Z^{\mathbf{D}^{j-1}})H(Z^{\mathbf{D}^j})$$

où  $Z \in \mathbb{C}^n$ , et pour  $N \in \mathbb{Z}^n$ ,  $Z^N = \prod Z_i^{N_i}$ . Le critère de convergence uniforme (ondelette continue) devient  $\lim_j \max_N |h_{N+U}^j - h_N^j| = 0$  pour  $U$  égal à  $n$  directions indépendantes de  $\mathbb{Z}^n$  et le paramètre  $\alpha$  est déterminé par des inégalités du type

$$|\delta_{N+U}^j - \delta_N^j| \leq c \rho^{-j\alpha}$$

où  $\rho$  est le rayon spectral de  $\mathbf{D}$  (égal à  $\sqrt{2}$  dans l'exemple du réseau en quinconce). On obtient des estimations de régularité qui dépendent de façon cruciale du choix du réseau via la matrice de dilatation  $\mathbf{D}$  [15].

#### 6.15 Bancs de filtres itérés à interpolation et décimation rationnelles

Les bancs de filtres classiquement utilisées lors d'une décomposition multirésolution sont dyadiques, c'est-à-dire que l'information est analysée octave par octave. Ceci peu s'avérer trop grossier dans certaines applications, comme l'implantation de transformées temps-échelle de signaux monodimensionnels. Suite à un schéma de bancs de filtres à changement d'échantillonnage rationnel proposé par Jelena KOVAČEVIĆ et

Martin VETTERLI [KV91], nous avons, avec Thierry BLU (CUHK) étendu l'étude de la régularité des ondelettes (§ 6.13) correspondant à des filtres FIR itérés pour des bancs de filtres à reconstruction parfaite présentant des changements d'échelle rationnels du type  $\frac{p}{q}$ , où  $1 < \frac{p}{q} \leq 2$  et  $p$  et  $q$  sont premiers entre eux [18] (le cas  $\frac{p}{q} = 2$  est le cas dyadique classique). La formule donnant les ondelettes discrètes devient

$$H^j(z) = G(z^{q^j})G(z^{pq^{j-1}}) \dots G(z^{p^{j-1}q})H(z^{p^j}) = G^j(z^q)H(z^{p^j}).$$

La difficulté majeure du cas rationnel est que  $g_n^j$  ne converge pas – contrairement au cas dyadique – vers une fonction limite  $\varphi$ , pour des valeurs non entières de  $\frac{p}{q}$ . L'explication est que les réponses impulsionnelles présentes dans le banc de filtres associé sont des versions décimées

$$g_n^{j,s} = g_{q^j n - p^j s}^j$$

qui convergent séparément vers des limites distinctes

$$\varphi^s(t) = \lim_j g_{\left(\frac{p}{q}\right)^j t}^{j,s}$$

pour différentes valeurs du paramètre de décalage  $s$ . On obtient ainsi des « pseudo-ondelettes » qui ne sont pas des versions translatées les unes des autres à une échelle donnée.

Cependant, nous avons donné des conditions de régularité pour que cette invariance par translation soit obtenue avec une précision arbitrairement grande. Le rôle des zéros à  $z = -1$  dans le cas dyadique doit être remplacée par des facteurs de la forme  $\left(\frac{1-z^{-p}}{1-z^{-q}}\right)^K$  et le paramètre  $\alpha$  est estimée par des inégalités du type

$$|\delta^K g_{n+1}^{j,s} - \delta^K g_n^{j,s}| \leq c\left(\frac{p}{q}\right)^{-j\alpha}$$

Nous avons démontré [18], grâce à l'étude de l'équations aux différences finies satisfaite par la fonction moyenne

$$\varphi(t) = \lim_{S \rightarrow \infty} \frac{1}{2S+1} \sum_{|s| \leq S} \varphi^s(t+s)$$

que les pseudo-ondelettes deviennent quasi-invariantes par translation lorsqu'elles sont suffisamment régulières, ce qui explique théoriquement les résultats empiriques de Jelena KOVAČEVIĆ et Martin VETTERLI [KV91]. Cette propriété s'est avérée désirable pour des applications de codage, d'interpolation, et d'analyse temps-échelle.

## 6.16 Traitements aux bords pour le codage adaptatif en sous-bandes

Une difficulté d'implantation d'une transformée en ondelettes d'un signal à support fini (comme une image) est la gestion des bords : le problème est d'éviter toute perte de débit en garantissant la reconstruction parfaite à ces bords. Avec François DÉPREZ,

nous avons proposé une méthode simple de recouvrement des bords qui permet de retrouver, par inversion de petits systèmes linéaires, l'information manquante aux bords lorsque les sous-bandes ont été tronquées au nombre exact d'échantillons du signal initial [25]. On peut illustrer cette méthode par un exemple simple d'un banc de synthèse de deux filtres de longueur  $L$  (paire) décrit par la formule  $\hat{X} = \mathbf{G}Y + \mathbf{H}Z$ , où les matrices sont des matrices d'interpolation-convolution, avec une entrée  $X$  de longueur finie  $N$  (pair) et remplissage aux bords par des zéros. En posant  $Y_b = (y_0, \dots, y_{L/2})^t$  et  $Y_e = (y_{N/2}, \dots, y_{N/2+L/2-1})^t$  les « bords » manquants correspondants au début et à la fin d'un bloc (et de même pour  $Z_b$  et  $Z_e$ ), la condition de reconstruction parfaite nous donne les équations d'un système linéaire surdéterminé

$$\begin{cases} \mathbf{G}Y_b + \mathbf{H}Z_b = 0 \\ \mathbf{G}Y_e + \mathbf{H}Z_e = 0 \end{cases}$$

à partir desquelles on déduit par inversion triangulaire les bords manquants, par exemple :

$$Y_b = -\mathbf{L}_G^{-1} \mathbf{L}_H Z_b$$

où  $\mathbf{L}_G = ((g_{2(i-j)}))_{i,j}$  est une matrice Toeplitz triangulaire inférieure (de même pour  $\mathbf{L}_H$ ).

Cette méthode s'applique à tout type d'extrapolation désirée aux bords d'une image : remplissage de zéros, symétrie miroir, etc. ; elle s'applique également à des systèmes évolutifs (bancs de filtres variant dans le temps) où l'on change de filtres entre deux blocs consécutifs de signal, ce qui conduit à un pavage différent du plan temps-fréquence, par exemple du type "paquets d'ondelettes" [25]. Ceci constitue une amélioration au regard de techniques existantes (par exemple [NBS92]) dans la mesure où il s'agit d'un post-traitement indépendant qui ne nécessite pas de modifier les calculs effectués dans les bancs de filtres, et pour lequel on obtient toujours une reconstruction parfaite sans approximation. Bien entendu, la reconstruction n'est rigoureusement parfaite qu'en l'absence de quantification dans les sous-bandes, mais une étude menée conjointement avec Pierre DUHAMEL montre que cela n'est pas un problème en pratique, dans la mesure où la propagation d'erreur de quantification reste très localisée.

### 6.17 Régularité höldérienne de schémas de subdivision binaires

Je me suis intéressé au comportement asymptotique des puissances entières d'un opérateur  $\mathcal{G}$  de « masque de subdivision »  $g_n$  défini par

$$\mathcal{G}(u_n) = \sum_{k \in \mathbb{Z}} u_k g_{n-2k}$$

Ce schéma intervient dans des problèmes d'ajustement de courbes, et de conception géométrique assistée par ordinateur de courbes et de surfaces fractales ou régulières, ainsi qu'en interpolation d'images ; il est également central en théorie des ondelettes.

Le travail fondateur de N. DYN et D. LEVIN [DL90] donne certaines conditions suffisantes de génération de courbes  $C^N$ . La courbe limite satisfait à l'équation aux différences à deux échelles  $\varphi(x) = \sum_k g_k \varphi(2x - k)$  étudiée par Ingrid DAUBECHIES et Jeffrey LAGARIAS [DL91]. Dans ce travail, j'ai déterminé des conditions nécessaires et suffisantes de régularité de la courbe limite dans les espaces de Lipschitz et de Hölder  $C^r$ . Pour  $0 < r \leq 1$ ,  $\varphi \in C^r$  s'il existe une constante  $c$  telle que

$$|\varphi(x+h) - \varphi(x)| \leq c|h|^r.$$

Le résultat principal obtenu est le suivant : si on pose, en notation polynomiale,  $G(x) = 2^{-N}(1+x)^{N+1}F_N(x)$ , alors la suite

$$r_j = N - \frac{1}{j} \log_2 \left( \max_{0 \leq n < 2^{j-1}} \sum_k |(f_N^j)_{n+2^j k}| \right)$$

converge de façon hyperbolique ( $0 \leq r_j - r \leq \frac{c}{j}$ ) vers son infimum  $r$  et la courbe limite  $\in C^{r-\varepsilon}$  pour tout  $\varepsilon > 0$ . De plus, cette limite  $\notin C^{r+\varepsilon}$  pour tout  $\varepsilon > 0$ , à la condition que le schéma soit *stable* au sens où il existe  $x \in \mathbb{R}$  tel que

$$\sum_{n \in \mathbb{Z}} \varphi(x+n) e^{in\omega} \neq 0 \quad (\forall \omega \in \mathbb{R}).$$

Cette condition très faible n'est pas satisfaite dans certains cas pathologiques, et j'ai conjecturé que le seul cas pathologique correspond à l'existence de deux racines de  $G(x)$  opposés sur le cercle unité. J'ai retrouvé, comme cas particulier de ma méthode, les estimations sous forme matricielle d'Ingrid DAUBECHIES et Jeffrey LAGARIAS [DL91], ainsi que celles des schémas d'interpolation de G. DESLAURIERS et S. DUBUC [DD89]. J'en ai également déduit de nouvelles estimations rapides très fines de régularité, comme par exemple

$$\hat{r} = N - \log_2 \max(|(f_N)_0|, |(f_N)_{L-1}|, \rho(\mathbf{F}_N))$$

où  $\rho(\mathbf{F}_N)$  est le rayon spectral de l'opérateur  $\mathbf{F}_N : u_n \mapsto \sum_k (f_N)_k u_{2n-k}$ . Cette estimation se simplifie pour des masques symétriques et l'on obtient alors l'espace de Sobolev  $H_2^r$  d'indice optimal pour la courbe limite ( $\varphi \in H_2^r \iff |\omega|^r \hat{\varphi}(\omega) \in \mathbf{L}^2$ , où  $\hat{\varphi}$  est la transformée de Fourier de  $\varphi$ ). Dans le cas non-symétrique, l'estimation de Hölder dépend de la phase du masque contrairement à celle de Sobolev ; notre méthode permet donc d'améliorer d'au plus  $\frac{1}{2}$  cet ordre de régularité, à cause de l'inclusion

$$H_2^{r+1/2+\varepsilon} \subset C^r \quad (\forall \varepsilon > 0).$$

L'article de référence pour ce travail est [16] (163 citations).

## 6.18 Analyse de régularité de schémas de subdivision rationnels

Avec Thierry BLU, nous avons étendu les méthodes de l'étude précédente aux schémas de subdivision rationnels [20]

$$\mathcal{G}(u_n) = \sum_{k \in \mathbb{Z}} u_k g_{q_n - pk}$$



où  $\frac{p}{q} \in \mathbb{Q}_+$  est sous forme irréductible. Le résultat précédent se généralise pour la suite

$$r_j = N - \frac{1}{j} \log_{\frac{p}{q}} \left( \max_{0 \leq n < p^j} \sum_k |(f_N^j)_{n+p^j k}| \right)$$

où  $F_N(x) = (\frac{p}{q})^N (\frac{1-x^q}{1-x^p})^{N+1} G(x)$ . Nous avons appliqué en particulier cette étude aux B-splines d'ordre  $N$  rationnels pour  $\frac{p}{q} = \frac{3}{2}$ . Pour illustrer la simplicité de nos estimations, considérons le cas  $N = 3$ ; la régularité höldérienne du schéma de subdivision est  $\geq N - \log_{3/2} \max_{0 \leq r < 3} \rho(\mathbf{F}_r)$ , où les trois matrices  $\mathbf{F}_r$  se déterminent immédiatement :

$$\begin{pmatrix} 1/8 & 0 & 0 \\ 1/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 1/8 & 3/4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1/2 & 0 & 0 \\ 1/8 & 3/4 & 1/8 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3/8 & 1/8 & 0 \\ 0 & 1/2 & 1/2 \\ 0 & 0 & 1/8 \end{pmatrix},$$

dont les rayons spectraux sont tous égaux à  $3/4$ , d'où une régularité Höldérienne  $3 - \frac{\log(3/4)}{\log(3/2)} = 3,709511\dots$ . En particulier, les résultats d'Ingrid DAUBECHIES et Jeffrey LAGARIAS [DL91] sont ainsi généralisés à des schémas  $\frac{p}{q}$ -adiques.

### 6.19 Critère $L^\infty$ statistique pour la compression presque sans pertes

Le problème de la compression, pour certains types de signaux se prêtent mal au critère classique de distorsion quadratique ( $L^2$ ). En effet, ce critère est global et n'exploite pas la connaissance locale qui est toujours disponible dans l'image. Avec Pierre DUHAMEL et Lamia KARRAY (doctorante), nous avons proposé un critère plus flexible du type  $L^\infty$ , applicable à différentes stratégies [28, 29]. La méthode consiste à déterminer les paramètres d'un schéma de codage (prédiction linéaire DPCM, codage en sous-bandes, transformée en cosinus DCT) de façon que toutes les erreurs de reconstruction sont inférieures à un seuil donné :

$$\|\Delta X\|_\infty \leq s.$$

Le calcul de  $s$  dépend en particulier des pas de quantification et de la dynamique des coefficients utilisés pour le codage. Ce problème est résolu par une optimisation convexe sous contrainte des débits binaires, le calibrage précis de l'erreur étant ensuite effectué par une optimisation non linéaire.

Afin d'introduire une flexibilité supplémentaire de conception du codage nous avons proposé d'étendre le critère  $L^\infty$  de façon à garantir statistiquement un pourcentage fixé  $p$  d'erreurs de reconstruction inférieures au seuil :

$$\mathcal{P}rob\{|\Delta X| \leq s\} \geq \frac{p}{100}$$

ce qui donne une compression avec pertes maîtrisées, avec un contrôle local de la distorsion basée sur la notion d'intervalle de confiance. Là encore, nous avons déterminé les paramètres optimaux du codage (DPCM, sous-bandes, DCT) à employer afin d'optimiser la compression. Ce problème est résolu approximativement en justifiant

l'emploi d'un théorème central limite pour les erreurs de reconstruction, ce qui conduit à résoudre en les pas de quantification  $q_i$  un problème du type

$$\begin{cases} \min \sum_i n_i \log_2 \frac{d_i}{q_i} \\ \sum_{u,v} \operatorname{erf} \frac{s}{\sqrt{2 \sum_{i,j} a_{i,j,u,v} q_i^2}} \geq c \cdot p \end{cases}$$

où  $\operatorname{erf}$  est la fonction d'erreur standard et où les coefficients  $d_i$  et  $a_{i,j,u,v}$  dépendent des coefficients utilisés lors du codage. Une solution rapide et implantable en temps réel consiste d'abord à se ramener au cas déterministe  $\|\Delta X\|_\infty \leq s'$  avec un seuil plus large  $s' > s$ , puis à incorporer un même facteur d'échelle dans les pas de quantification pour calibrer au mieux le pourcentage de rejet  $100 - p$  désiré.

## 6.20 Compression d'images biomédicales au sens $L^2$ et $L^\infty$

Dans ce travail en collaboration avec Pierre DUHAMEL et Lamia KARRAY, qui est essentiellement le contenu de la thèse de cette dernière [K95], nous avons appliqué les idées liées au critère  $L^\infty$  statistique à la compression d'images standard et biomédicales (type mammographie) dans différents contextes : 1<sup>o</sup> compression sans pertes, obtenu directement ou avec un schéma de codage avec pertes dont le résiduel est codé par un code entropique ; 2<sup>o</sup> compression avec pertes haute qualité (presque sans pertes). Dans tous les cas, une comparaison entre les critères  $L^2$  et  $L^\infty$  a été effectuée.

L'intégration d'une prédiction linéaire ARMA dans un système de codage en sous-bandes (particulièrement dans la bande BF) permettrait d'obtenir un schéma de codage générique qui reste efficace dans tout la gamme du sans-pertes au bas débit. Il s'avère qu'un DPCM seul est plus efficace dans un contexte *sans pertes*, alors qu'une implantation par bancs de filtres-ondelettes s'avère particulièrement intéressante lorsqu'elle est optimisée selon un critère  $L^\infty$  et que les erreurs résiduelles sont ensuite codées sans pertes. En codage *avec pertes* haute qualité, le critère  $L^\infty$  permet (en comparaison du critère  $L^2$ ) de mieux coder les contours présents dans les images, et puisqu'il permet un contrôle local des erreurs, peut être utilisé pour exploiter les phénomènes de masquage spatial. On obtient aussi une meilleure reconstruction des micro-calcifications sur des mammographies comportant un cancer, confirmée par une analyse qualitative de la reconstruction réalisée par le groupe de recherche en imagerie biomédicale de l'UPMC. L'article de référence pour ce travail est [38] (26 citations).

## 6.21 Optimisation de quantificateurs robustes à déquantification linéaire

Dans une première étape vers le codage conjoint source-canal, nous avons étudié, avec Pierre DUHAMEL et Bahram ZAHIR AZAMI (doctorant), la possibilité de rendre une opération de quantification robuste en présence d'erreurs de transmission en optimisant les régions de décision et les niveaux de quantification tout en tenant compte de la statistique de la source à quantifier.

L'originalité de notre approche vient de ce qu'on contraint le déquantificateur à être linéaire, de la forme

$$v = \sum_i \alpha_i y_i,$$

où  $\alpha_i$  est un poids d'importance du  $i$ ème train binaire  $y_i$  en sortie du décodage de canal. De cette façon, la distorsion quadratique du système admet une relation simple en fonction des paramètres du canal :  $D = \sum_i \alpha_i^2 D_i(p)$  qui permet de contrôler facilement l'e.q.m. pour un canal donné. Les termes croisés dans le développement de  $D$  sont éliminés en imposant que les trains binaires sont indépendants entre eux ; pour ce faire, nous avons imposé, dans un premier temps, que toutes les régions de décision du quantificateur soient équiprobables.

Il reste à optimiser les poids  $\alpha_i$  (qui fournissent les niveaux de quantification) et l'étiquetage binaire. Nous avons proposé d'utiliser l'*algorithme de Lloyd* modifié pour prendre en compte les contraintes de robustesse que nous avons imposées. L'optimisation du déquantificateur (les poids  $\alpha_i$ ) à quantificateur donné résulte d'une simple inversion d'un système linéaire (du type Wiener-Hopf) :

$$\alpha^* = \mathbf{R}^{-1} r \quad \text{où} \quad \mathbf{R} = E(yy^t), r = E(\varphi y), \varphi = E(u|i).$$

où la matrice  $\mathbf{R}$  et le vecteur  $r$  se calculent aisément à l'aide d'une matrice d'étiquetage binaire, la distorsion minimale étant donnée par la formule  $D^* = \sigma^2 - r^t \mathbf{R}^{-1} r$ . L'optimisation du quantificateur à déquantificateur donné consiste simplement à ordonner les niveaux de quantification  $v = \sum_i \alpha_i y_i$  par ordre croissant.

Nous avons considéré différents modèles de densité de probabilité d'une source sans mémoire provenant d'un codage par transformée (type ondelettes) ; un modèle générique est celui d'une gaussienne généralisée à un paramètre  $\theta$  :

$$p(u) = \frac{\theta c(\theta, \sigma)}{2\Gamma(1/\theta)} \exp\left(-[c(\theta, \sigma)|u|]^\theta\right) \quad \text{où} \quad c(\theta, \sigma) = \sqrt{\frac{\Gamma(3/\theta)}{\sigma^2 \Gamma(1/\theta)}}$$

qui inclut comme cas particulier la distribution gaussienne ( $\theta = 2$ ), laplacienne ( $\theta = 1$ ) et uniforme ( $\theta = +\infty$ ). Notre travail est cependant également applicable à d'autres modèles, et à une statistique quelconque par apprentissage. L'algorithme de Lloyd converge très rapidement vers une solution que nous avons prouvée optimale dans le cas d'une source uniforme, et d'autant plus efficace que le paramètre  $\theta$  est élevé.

L'équiprobabilité imposée des flux binaires se traduit par une contrainte trop forte sur les cellules du quantificateur ; relâcher cette contrainte améliore notablement la minimisation de la distorsion moyenne. Nous avons donc proposé, avec Riadh ABDELFAH (SupCom Tunis) et Stig Ingar EVJE (Mesta AS) un algorithme modifié qui intègre la recherche de meilleurs cellules. Celles-ci sont prises en compte dans l'expression de la distorsion, qui devient

$$D = \sigma^2 + \sum_i P_i v_i^2 - 2 \sum_i E_i$$

où  $P_i$  et  $E_i$  sont les moments d'ordre zéro et un de la densité de source sur la  $i$ ème cellule, qui apparaissent dans les expressions de la matrice  $\mathbf{R}$  et du vecteur  $r$  ci-dessus.

La solution optimale s'améliore particulièrement pour des faibles valeurs de  $\theta$  et se rapproche de la borne donnée par les performances d'un quantificateur optimal de Lloyd-Max (non robuste) en l'absence d'erreurs de transmission ; par exemple, pour  $\theta = 1$  (laplacienne), on obtient une amélioration de 10 dB à 5 dB de cette borne [54].

### 6.22 Dualité source/canal $q$ -aire symétrique

Le regain d'intérêt pour le codage source-canal conjoint invite naturellement à poursuivre l'étude de la dualité entre codeurs canal et décodeurs source d'une part, et décodeurs canal et codeurs source d'autre part. Cette idée n'a été jusqu'alors que peu exploitée et pour des situations académiques depuis les années 1970 (cf. par exemple [A76]). Il est nécessaire de définir des modèles de source et canal et des mesures d'erreur compatibles afin d'exploiter cette dualité. Nous avons, dans un premier temps, avec François-Xavier BERGOT (doctorant), considéré une source  $q$ -aire symétrique et un canal également  $q$ -aire symétrique, avec critère de distance de Hamming sur les mots et les symboles. La similarité dans l'expression des bornes de Shannon en théorie de l'information pour le codage canal (capacité-coût) et le codage source (taux-distorsion) confirme l'idée d'une dualité à exploiter :

$$\begin{cases} C(P) = \log_2 q - H_2(P) - P \log_2(q-1) & (0 \leq P \leq 1 - \frac{1}{q}) \\ R(D) = \log_2 q - H_2(D) - D \log_2(q-1) & (0 \leq D \leq 1 - \frac{1}{q}), \end{cases}$$

leur rapport constituant la borne OPTA en codage conjoint. Nous avons tenté d'expliquer cette similitude en démontrant, par une analyse des cellules de Voronoï d'un code linéaire donné de longueur  $n$  et l'étude des expressions exactes des probabilités d'erreur-mot  $P_{em}$  et symbole  $P_{es}$  en codage canal et de la distorsion  $D$  en codage source, que l'on a les convergences suivantes lorsque  $n \rightarrow \infty$ , pour un taux limite  $r = \frac{k}{n} \log_2 q$  donné :

$$\begin{cases} P_{es\text{inf}} \rightarrow \begin{cases} 0 & (r < C(P)) \\ C^{-1}(\frac{\log_2 q}{r} C(P)) & (C(P) < r < \log_2 q) \end{cases} \\ D_{\text{inf}} \rightarrow R^{-1}(r) \end{cases}$$

où l'indice inf désigne une borne inférieure atteignable pour un code parfait ou quasi-parfait. Ces résultats constituent des réciproques des théorèmes de codage dans notre cadre ; les théorèmes directs pouvant s'obtenir par les techniques de codage aléatoire (travaux de Gallager en codage canal et Goblick en codage source). De plus, dans utiliser la technique non-constructive du codage aléatoire, nous avons utilisé les travaux de Gérard COHEN et Peter FRANKL [CF85] pour démontrer le théorème de Shannon du codage de source pour des codes  $q$ -aires linéaires.

Cette étude mathématique confirme asymptotiquement qu'un « bon » codeur canal est automatiquement un « bon » décodeur source, et qu'un « bon » décodeur canal est automatiquement un « bon » codeur source. Les codes linéaires ayant été essentiellement conçus pour le codage canal, il est intéressant d'exploiter la dualité

source/canal pour en déduire des codes linéaires pour le codage source. De plus, l'intégration de tels codes dans des systèmes complexes en présence de multiples train binaires impose la nécessité de concevoir des codeurs et décodeurs conjoints de longueurs faibles, qui impliquent une faible charge de calcul et de faibles délais de traitement. Nous avons effectué une recherche exhaustive sur les matrices génératrices ou de parité, des meilleurs codes linéaires (pour  $n \leq 6$ ) et cycliques (pour  $n \leq 16$ ) utilisés en codage de source binaire symétrique pour différentes valeurs de rendement. Cette recherche exhaustive a été améliorée par une construction itérative sur la tableau standard de décodage par ajouts de chefs de classe de poids minimum, pour des longueurs  $n \leq 23$  [40]. Ces codes ont été utilisés par Bahram ZAHIR AZAMI dans l'algorithme d'optimisation binaire souple conjointe décrit au § 6.24.

### 6.23 Codes conjoints binaires solitaires ou flous

Dans ce travail effectué avec François-Xavier BERGOT (doctorant), nous reprenons les codes construits précédemment dans un système de codage source/canal conjoint pour une source binaire symétrique et un canal également binaire symétrique, dont les performances sont comparées à un système de codage source/canal séparé (en tandem). Dans ce cadre, la borne OPTA prévu par le troisième théorème de Shannon devient

$$R = \frac{1 - H_2(D)}{1 - H_2(p)}$$

où  $R$  est le taux global canal/source. Ceci donne la solution optimale mais triviale (qui consiste à ne faire aucun codage, d'où  $D = p$ ) lorsque  $R = 1$ . Pour  $R < 1$  et  $R > 1$ , des solutions triviales de troncature ou d'ajout de zéros donnent une première idée des bornes de performances possibles, qui restent assez larges.

Nous avons alors proposé l'utilisation d'un système simple « source ou canal » pour lequel le codeur canal (resp. source) est supprimé pour  $R < 1$  (resp.  $R > 1$ ), les codeur ou décodeur restants devenant *solitaires*. Pour  $R > 1$ , les théorèmes de convergence établis précédemment s'appliquent et montre une convergence vers l'OPTA. Pour  $R < 1$ , nous avons démontré directement cette convergence (avec les notations ci-dessus) :

$$D_{\text{inf}} \rightarrow H_2^{-1}(1 - R(1 - H_2(p))).$$

A rendement global  $R$  fixé, des simulations sur canal gaussien à sortie binaire, ternaire et quaternaire ont montré que notre système « source ou canal » pour les petits codes construits précédemment est toujours plus performant qu'un système séparé [43], mais cependant reste relativement éloigné de l'OPTA.

Une amélioration possible est d'optimiser conjointement un seul codeur et un seul décodeur par un algorithme de Lloyd appliqué directement aux probabilités de transition du codeur  $p(x|u)$  et du décodeur  $p(v|y)$ , où  $u, v$  représentent la source transmise et reconstruite, et  $x, y$  les entrée et sortie du canal. Dans ce schéma, codeur et décodeur font tous deux offices de codage/décodage source *et* canal ; de plus, ils constituent des opérations aléatoires (codes *flous*) ! En comparaison de la

version classique, l'algorithme de Lloyd est ici généralisé doublement : il prend non seulement en compte la probabilité de transition du canal, mais aussi celles des codeur et décodeur flous. L'intérêt principal d'une telle approche est que l'algorithme de Lloyd est capable d'améliorer *a priori* n'importe quel système conçu éventuellement par d'autres moyens, et s'adapte à tout modèle de canal discret sans mémoire. Les systèmes proposés de codage source ou canal ont été intégrées dans l'algorithme d'optimisation binaire souple conjointe décrit au § 6.24.

### 6.24 Décodage binaire souple optimisé par l'algorithme de Lloyd

Avec Pierre DUHAMEL et Bahram ZAHIR AZAMI (doctorant), nous nous sommes intéressés à la conception de codeurs binaires et leur optimisation conjointe dans un cadre d'abord très simple, à savoir vis-à-vis d'une seule source binaire symétrique et d'un seul canal également binaire symétrique de paramètre  $p$ . Nous avons proposé une modification de codes binaires classiques à entrée binaire et sortie *souple* [41, 45], de façon à intégrer le critère de distorsion quadratique (et non simplement de probabilité d'erreur) sur l'ensemble du système :

$$D = \frac{1}{m} \sum_{x=0}^{2^n-1} \sum_{y=0}^{2^n-1} p(y|x) \int_{u \in \theta_x} (u - v(y))^2 p(u) du$$

Cette distorsion dépend non seulement de la source transmise  $u$  et reconstruite  $v$ , mais également de la probabilité de transition  $p(y|x)$  du canal d'entrée  $x$  et de sortie  $y$  – elle tient ainsi compte des erreurs de transmission au niveau de la reconstruction de la source. La minimisation de  $D$  pour un niveau de distorsion de Hamming  $\delta$  donné conduit à des niveaux binaires de reconstruction égaux à  $(\delta, 1 - \delta)$  où  $\delta = \frac{1 - \sqrt{1 - 4D}}{2}$  ; ce qui conduit à une borne OPTA optimale en théorie de l'information sur la taux de codage égal à

$$R(D) = \frac{1 - H_2\left(\frac{1 - \sqrt{1 - 4D}}{2}\right)}{1 - H_2(p)}$$

où  $H_2(\cdot)$  est la fonction d'entropie binaire.

Pour l'optimisation conjointe pratique des codeurs et décodeurs, nous avons proposé, suite aux travaux de N. FARVARDIN et V. VAISHAMPAYAN [FV87] dans un autre contexte, l'utilisation de l'algorithme de Lloyd-Max [41, 45], bien connu en codage de source, qui boucle les optimisations du codeur à décodeur donné (condition du proche voisin) et du décodeur à codeur donné (condition du centroïde), tout en tenant compte de la probabilité de transition du canal. Les valeurs des représentant (centroïdes) et des régions de décision s'adaptent donc optimalement vis à vis des erreurs-bit dues au canal. Nous avons comparé les résultats pour différents types de codes conçus avec François-Xavier BERGOT (cf. § 6.22) à la borne OPTA et mis en évidence le rôle de l'initialisation de notre algorithme, à cause de la présence éventuelle de minima locaux multiples.

### 6.25 Allocation optimale de débits de codeurs conjoints source/canal

Le travail précédent est généralisé pour plusieurs sources et plusieurs canaux parallèles dans un contexte de codage UEP (*unequal error protection*) par plan de bits où différents trains binaires se voient attribués différents poids d'importance  $\alpha_i$  de reconstruction. Pour déterminer la borne théorique optimale prévue par la théorie de l'information, on est ramené à résoudre un problème d'optimisation non-convexe

$$\begin{cases} \min R = \sum_i R_i(D_i) = \sum_i \frac{1-H_2\left(\frac{1-\sqrt{1-4D_i}}{2}\right)}{1-H_2(p)} \\ \sum_i \alpha_i^2 D_i = D. \end{cases}$$

pour lequel on adopte une approche basée sur un Lagrangien discret.

Pour l'optimisation pratique d'attribution des débits de codeurs, nous avons appliqué l'algorithme de SHOHAM-GERSHO [SG88] que nous avons amélioré pour la recherche de points de fonctionnement cachés de façon à densifier l'éventail des solutions (ceci a débouché sur un travail plus conséquent dans ce domaine effectué avec Axel LE POUPON, cf. ci-dessous). La base de données des codes disponibles est volontairement simplifiée (codes nul, identique, à répétition, de Hamming) de façon à garantir une complexité d'implantation très faible.

Les performances globales du système ont été comparées à la borne OPTA obtenue par minimisation de Lagrangien, au système séparé (tandem) équivalent et au système COSQ [FV87] pour une source uniforme décomposée en train binaires [33, 35, 41]. On obtient une amélioration d'autant plus importante que le paramètre  $p$  d'erreur-bit est élevée ( $p \geq 10^{-2}$ ), et ceci pour un système constitué de briques de base les plus simples possibles (codes linéaires courts et quantification uniforme).

### 6.26 Système complet de codage conjoint d'images sur canal GSM

Dans un premier temps, l'objet de cette étude, réalisée en collaboration avec Pierre DUHAMEL et Bahram ZAHIR AZAMI et qui constitue le contenu applicatif de la thèse de ce dernier [Z99], est la réalisation d'un système de codage source/canal conjoint complet, utilisant des briques de base simples à implanter, et permettant de fonctionner en s'intégrant dans les systèmes existants, avec la contrainte essentielle de transparence des données vis-à-vis des réseaux de transmission.

Cette contrainte implique que l'interface source/canal doit être constitué d'un flux binaire ; elle implique aussi de considérer des modèles simples de densités de probabilité de sources sans mémoire et des configurations d'erreurs-bit de transmission. Nous avons choisi de travailler sur les trains de bits issus d'un quantificateur dans chaque sous-bande d'une transformée en ondelettes, le déquantificateur étant contraint de sorte à minimiser l'effet des erreurs-bit sur la distorsion quadratique globale en fonction de la statistique des coefficients en ondelettes à chaque échelle. Chaque train binaire est ensuite codé par des petits codes correcteurs binaires optimisés avec une technique de codage souple. Les différents débits dans les différents train binaires

ont été alloués de façon optimale, et les performances globales ont été comparées au COSQ [FV87] et à la borne OPTA.

Cette étude intègre donc les thèmes précédents 6.21, 6.24 et 6.25 dans une conception d'un système complet de transmission d'images fixes sur un canal binaire symétrique [33, 35, 41, 45]. Pour des débits supérieurs à 2 ou 3 bits par échantillon de source et un taux d'erreur relativement élevé ( $10^{-3}$  à  $10^{-2}$ ), on obtient un gain significatif (3 dB) en SNR en comparaison du COSQ.

Ce travail a débouché sur une maquette logicielle réalisée par Riadh ABDELFATTAH en 2002 dans le cadre du projet RNRT CoSoCaTI, qui propose une chaîne de complète de transmission d'images fixes sur le canal GSM, sous ma supervision et en collaboration avec Georges RODRIGUEZ (TELECOM ParisTech). Cette maquette intègre une nouvelle approche d'optimisation conjointe des quantificateurs présentée au § 6.21, qui présente une nette amélioration par rapport à celles développées précédemment par Bahram ZAHIR AZAMI. Ainsi, à un taux global de 1 bit par pixel, le Peak SNR en bout de chaîne passe de 31,5 à 28 dB lorsque le canal se dégrade jusqu'à  $p = 10^{-2}$ , ce qui constitue une perte relativement faible en comparaison des schémas de codage en tandem.

## 6.27 Compression de source binaire asymétrique par codes de canal

Dans ce travail effectué avec François-Xavier BERGOT (doctorant) nous avons étendu la recherche de bons codes binaires pour la compression d'une source *asymétrique* de paramètre  $p$  modélisant mieux certaines sources réelles (fichiers de données, etc.) pour lesquelles les bits ne sont pas ou pas tout à fait équiprobables ; ceci comme une alternative robuste, en présence d'erreurs binaires de transmission, à un codage par longueur variable.

Dans une première étape, nous avons proposé un algorithme de codage « par boule » qui projette les séquences binaires atypiques sur la boule de Hamming définie par une distorsion de Hamming  $\delta$  choisie à l'avance (codage presque sans pertes). À l'aide de la loi faible des grands nombres, nous avons montré que les performances asymptotiques ne se dégradent pas si l'on se limite au codage sans pertes dans une petite couronne  $n\delta' < w_H(u) < n\delta$  où  $u$  est le mot de source de longueur  $n$ . On obtient une fonction rendement-distorsion égale à

$$R'(D) = H_2(p - D)$$

qui pour une distorsion  $D$  non nulle est sous-optimale par rapport à l'OPTA  $R(D) = H_2(p) - H_2(D)$ . Ceci explique et quantifie la perte due à l'utilisation d'un algorithme classique de compression en présence dès que l'on s'éloigne trop du codage sans pertes.

Le codage par syndrome d'Ancheta [A76] s'avère être alors une alternative intéressante qui illustre l'exploitation de la dualité source-canal : le syndrome (utilisé en codage de canal) est la représentation codée de la source, qui est décodée à l'aide d'un tableau standard du code linéaire utilisé. Nous avons montré que les petits codes



linéaires utilisés classiquement en codage de canal se révèlent très mauvais dans ce système d'Ancheta, ce qui nous a conduit à une recherche systématique de bons codes. Il résulte de cette analyse que le système d'Ancheta n'est utilisable en pratique que pour des sources *fortement* asymétriques ( $p < 0,1$ ).

Pour des sources faiblement asymétriques, nous proposons de généraliser notre système de codage dual par région de Voronoï où le codeur de source est un décodeur (complet) de canal, dont nous avons prouvé qu'il était asymptotiquement optimal dans le cas symétrique. Une étude de l'influence des polynômes énumérateurs de poids sur la distorsion (par l'inégalité de Sullivan-Kløve), confirmée par une recherche systématique de petits codes optimaux, montre que cette fois-ci, notre système limité à des codes de faible longueur – impliquant une faible charge de calcul et des faibles délais de traitement – est effectivement surtout utilisable pour des sources faiblement asymétriques ( $p \geq 0,4$ ). Nous avons conçu une première amélioration de ce système en utilisant *deux* codes linéaires où celui utilisé pour comprimer la source est choisi en fonction du poids d'entrée. Ce système réalise un compromis entre complexité et performances intermédiaire entre l'utilisation d'un codeur linéaire et non-linéaire. Les performances sont notablement améliorées (elles surpassent tous les systèmes connus utilisant des codes linéaires) pour des sources fortement asymétriques.

Enfin, nous avons appliqué la technique de conception de codes *flous* (§ 6.23) par l'algorithme de Lloyd qui simplifie considérablement la recherche de meilleurs codes non-linéaires. La difficulté essentielle réside dans l'initialisation de cet algorithme, pour laquelle nous avons injecté un tirage aléatoire de codes selon la distribution optimale  $(\frac{1-p-D}{1-2D}, \frac{p-D}{1-2D})$  prévue par la théorie de l'information. Pour une source fortement asymétrique, les codes non linéaires obtenus par l'algorithme de Lloyd surpassent très largement les codes linéaires [B00].

### 6.28 Codage conjoint arithmétique en blocs

Les codes arithmétiques sont des codes développés en même temps que les codes binaires, pour fiabiliser des unités de calcul arithmétique [MG72]. Là encore, ils furent conçus pour corriger des erreurs, le poids de Hamming étant remplacé par le poids arithmétique  $w_A(N)$ , c'est-à-dire le nombre de termes non nuls dans la décomposition binaire non-adjacente d'un entier  $N$ ; d'où la relation  $d_H(N, N') \geq d_A(N, N')$ . Par notre principe de dualité, nous nous en sommes servis, avec François-Xavier BERGOT, pour comprimer des sources – ne pas les confondre avec le codage arithmétique traditionnel qui est à longueur variable; ici les longueurs sont fixes et l'idée est que cela permettrait de rendre des systèmes de compression robustes.

Un code arithmétique est défini par deux entiers  $A, B$  comme l'ensemble  $\{AN, 0 \leq N < B\}$ ; son rendement est  $R = \frac{\log_2 B}{\log_2 A + \log_2 B}$ . Nous avons déterminé l'OPTA (limite de Shannon) pour une source arithmétique symétrique (émettant de manière équiprobable un entier  $0 \leq N < n$ ) et effectuée une recherche systématique de meilleurs petits codes arithmétiques.

Ces codes ont été intégrés dans les schémas de compression de source et de

codage conjoint source ou canal que nous avons proposé dans le cas  $q$ -aire (§ 6.23), avec le critère de distance de Hamming [B00]. Là encore, on observe que le système « source ou canal » a toujours de meilleures performances qu'un système séparé (en tandem).

### 6.29 Réduction de bruit « poivre et sel » par décodage algébrique BCH

Ce travail concerne un problème spécifique de réduction de bruit impulsif dans les images (à cause de son apparence visuelle, ce type de bruit est qualifié de "poivre et sel"). Les techniques classiques (filtrage linéaire, filtrage médian, codage par troncation sur des blocs) suppriment le bruit impulsif mais produisent des distorsions visibles (lissage, effets de bloc). Suite aux travaux de WOLF [W83] et MARSHALL [M84], une solution consiste à considérer les pixels endommagés comme des "erreurs" qu'il faut localiser puis corriger, en s'inspirant de la théorie des codes correcteurs d'erreurs. De cette façon, seuls les pixels endommagés sont affectés, et il n'y a pas de distorsion supplémentaire.

J'ai utilisé un algorithme de décodage de type BCH sur les nombres réels qui se basent sur la signature fréquentielle des erreurs (le syndrome), permettant de déterminer un polynôme localisateur d'erreurs puis de trouver les valeurs d'erreur par inversion d'un petit nombre (égal au double de la capacité de correction) d'équations linéaires [31]. L'originalité de mon approche est que le procédé global (hautement non linéaire) est appliqué en passes successives sur les lignes et les colonnes de l'image (effet turbo) jusqu'à convergence (utilisation d'un code produit en décodage « turbo »). Il en résulte une bien meilleure robustesse en présence d'erreurs en rafale que d'autres techniques comme [MY94].

Ce résultat a été développé par la suite avec François-Xavier BERGOT (§ 6.30) et avec Abraham GABAY pour des schémas de codage source-canal conjoint sur des images satellitaires (§ 6.31).

### 6.30 Conception de codes BCH réels pour le codage conjoint

Suite à la proposition de MARSHALL [M84], nous avons, avec François-Xavier BERGOT, développé la théorie des codes BCH sur  $\mathbb{R}$  pour la correction des erreurs impulsives et effacements. Il existe un parallélisme important dans les résolutions de systèmes aux moindres carrés et la décomposition en valeurs singulières que nous avons introduites dans l'algorithme de Peterson-Gorenstein-Zierler ou de Berlekamp-Massey et les méthodes statistiques classiques en traitement du signal (Pysarenko, Prony, MUSIC, Esprit) d'estimation de sinusoides en présence de bruit.

Pour une source gaussienne, un canal binaire symétrique et un critère distance de Hamming, nous avons proposé un algorithme de décodage canal complet et optimal des codes BCH MDS similaire à l'algorithme GMD de FORNEY, s'appuyant sur des méthodes de décodage algébrique corrigeant erreurs et effacements. Pour une source gaussienne, un canal binaire symétrique et un critère d'EQM, nous avons imposé une

relation linéaire entre code de source et de canal pour simplifier le décodage de source, la relation linéaire (matrice d'étiquetage) étant optimisée par un algorithme du type Lloyd. Cette approche rejoint la conception d'un quantificateur COSQ ou COVQ de FARVARDIN [FV87] à ceci près que nous y insérons un code de canal. Les performances obtenues sont très proches de l'optimum (OPTA). Nous avons montré qu'en faible complexité, il vaut mieux construire un quantificateur COVQ de plus fine résolution que de chercher à protéger des effets du canal les étiquettes binaires provenant d'un quantificateur plus basse résolution.

Différentes méthodes proposées ont été intégrées dans des systèmes complets de codage source/canal conjoint (travaux de Abraham GABAY ci-dessous).

### 6.31 Codes BCH réels sur le canal Bernoulli-Gaussien

Un code BCH réel peut être employé à protéger non seulement les perturbations introduites par le canal, mais aussi l'impact sur la source des perturbations introduites par la quantification elle-même (codage de source). Avec Abraham GABAY (doctorant) et Pierre DUHAMEL, nous avons étudié cet impact du bruit source-canal sur la source, et proposé différents modèles de canal global, sous forme de bruit impulsif noyé dans du bruit thermique de faible amplitude.

Pour une source sans mémoire donnée, quantifiée scalairement et transmise sur un canal binaire symétrique, le modèle Bernoulli-Gaussien que l'on obtient résulte d'une erreur binaire multiplicative associée à un bruit de quantification additif de faible variance  $\sigma_q^2$ ; la densité de bruit canal est alors approximée par

$$\gamma \sim (1 - P_e)\delta + P_e \mathcal{N}(0, \sigma_I^2)$$

où  $\sigma_I^2$  est la variance des erreurs dues au canal, ce qui conduit à une densité globale d'erreur de la forme (canal Gaussien-Bernoulli-Gaussien GBG) :

$$e \sim (1 - P_e)\mathcal{N}(0, \sigma_q^2) + P_e \mathcal{N}(0, \sigma_I^2 + \sigma_q^2).$$

Les paramètres de ce modèle ont été validées sur une modulation MAQ-16 en présence d'un code correcteur d'erreur, et la capacité du canal GBG a été calculé à l'aide de l'algorithme de Blahut [B72].

Nous avons proposé un système intégrant un code BCH réel *avant* quantification pour l'annulation du bruit impulsif (poivre et sel) sur des signaux transmis sur un canal binaire symétrique (modèle Bernoulli-Gaussien). La difficulté essentielle rencontrée est que la présence de bruit de fond introduit par la quantification peut provoquer une confusion au niveau de la localisation probable des erreurs impulsives. Nous avons donc amélioré la correction en introduisant une méthode semi-combinatoire qui permet de tester toutes les combinaisons probables de localisations d'erreurs prises parmi un ensemble choisi, par un compromis optimisé entre charge de calcul et performances. Lorsque les localisations sont correctement estimées, notre système conjoint possède des performances meilleures qu'un système séparé (où un code BCH *binnaire* est employé *après* quantification) pour un débit global comparable et quel que soit la probabilité de transition du canal [46].

### 6.32 Système complet de codage conjoint d'images satellitaires SPOT-V

L'objectif de ce travail, réalisé avec Pierre DUHAMEL et Abraham GABAY, qui constitue le contenu applicatif de la thèse de ce dernier [G01], est de proposer des améliorations robustes de compression d'images satellitaires du CNES dans les nouvelles générations du satellite SPOT.

L'image est préalablement transformée en ondelettes et chaque sous-image sous-bande est codée par un code BCH *produit* sur le corps des réels avant d'être quantifiée et transmise sur un canal satellite. L'originalité de la méthode est qu'un codeur BCH *précède* le quantificateur (cf. § 6.31) après décomposition en ondelettes. Cette approche surprenante (une partie du codage de canal précède une partie du codeur de source !) est rendue possible par le fait que le système est conçu de façon dédiée à des types d'images et à un canal bien définis. L'emploi de codes BCH sur les nombres réels permet de prendre en compte l'effet conjoint des codeurs source et canal beaucoup plus efficacement que des codes BCH sur les corps de Galois classiquement utilisés pour protéger l'information vis-à-vis d'erreurs binaires dans un système séparé (en tandem). De plus, l'utilisation de codes BCH *produits* permet, comme en § 6.29, de bénéficier d'un effet turbo (lignes/colonnes) au décodage [47].

Notre méthode revient à utiliser un banc de filtres sur-échantillonné pour introduire une redondance structurée faisant office de code correcteur d'erreurs [48]. Dans cette variante, les quantificateurs dans chaque sous-bande peuvent être optimisés suivant un algorithme optimal d'allocation de débits binaires du type Shoham-Gersho [SG88]. Comparé au schéma classique avec codage BCH binaire après quantification, on obtient un gain moyen significatif en PSNR global pouvant atteindre 3,7 dB pour un débit = 3.2 bpp et un taux d'erreurs canal de  $10^{-3}$ .

Ce travail montre l'intérêt de ne pas séparer complètement les techniques de compression de source d'une part et celles de codage de canal d'autre part, et d'essayer d'utiliser aussi bien la redondance de la source pour atténuer les effets du bruit dans le canal que la redondance introduit par le codage correcteur pour lutter contre les erreurs de quantification.

### 6.33 Diffusion du codage source/canal conjoint

Le regain d'intérêt des techniques de codage de source-canal conjoint dans les années 1990-2000 provient de multiples aspects : sur le plan théorique, il s'agit de proposer une alternative de complexité réduite au schéma en tandem prévu par le troisième théorème de Shannon ; sur la plan pratique, il s'agit de rendre robuste des systèmes de compression pour leur utilisation dans différents types de réseaux. Toutes les briques de base dans la conception d'un système de communication sont concernées, du codage par transformée à la technique de modulation en passant par la quantification, l'étiquetage binaire, le codage entropique et le codage correcteur. Il en résulte une multitude de propositions très variées, provenant de différentes communautés scientifiques parfois lointaines (compression et traitement du signal d'une part, théorie de l'information et de la communication numérique d'autre part). D'où

l'intérêt pour tous de disposer de synthèses de ces approches par une compréhension globale et multi-disciplinaire du sujet, permettant en particulier classer les différentes contributions et les enjeux applicatifs.

Dans ce contexte, je suis co-auteur de plusieurs articles tutoriaux sur le sujet, destinés à la communauté scientifique travaillant sur les aspects de compression de sources aussi bien que de transmission et codage d'information : "*Combined source-channel coding : Panorama of methods*" [32] présente un éventail de solutions conjointes : protection hiérarchique (UEP), attribution d'index lors d'une quantification vectorielle, optimisation conjointe par l'algorithme de Lloyd ou auto-organisation de Kohonen, modulation hiérarchique ou de Skinnemoen, et le rôle de l'optimisation débit-distorsion en codage multi-sources. L'article invité du colloque GRETSI : « Codage conjoint source/canal : enjeux et approches » [34] présente l'état de l'art du domaine, ainsi que les perspectives et enjeux du codage conjoint pour différents types d'applications. Enfin "*Joint source and channel coding*" [39] est un cours NATO développé sur le sujet, qui expose les aspects de théorie de l'information appliqué à la problématique du codage conjoint, dont une présentation du système trivial (« éloge de la paresse ») pour une source et un canal gaussiens illustrant le potentiel de l'approche conjointe, une présentation détaillée de l'algorithme de Lloyd généralisé, et son intégration dans un grand nombre d'approches pratiques impliquant l'optimisation conjointe de l'étiquetage binaire, de la quantification vectorielle, de la modulation, etc.

### 6.34 Allocation optimale de ressources par ordonnancement lagrangien

L'utilisation de petits codes dans des schémas binaires de codage conjoint utilisé dans les travaux précédents a mis en évidence une limitation inhérente à l'algorithme d'allocation optimale de débits binaires de type SHOHAM-GERSHO [SG88]. Cet algorithme fournit une solution située sur l'enveloppe convexe des points de fonctionnement taux-distorsion ou capacité-coût, ce qui peut conduire, si le nuage des points de fonctionnement n'est pas suffisamment dense au voisinage de l'enveloppe convexe, à des pertes importantes de débit en comparaison de points « cachés », surtout si les caractéristiques débit-distorsion ou capacité-coût dans les différentes composantes sont non convexes.

Dans ce travail, j'ai proposé une reformulation complète du problème de l'allocation de ressources

$$\begin{cases} \min \sum_i D_i(R_i) \\ \sum_i R_i \leq R_b \end{cases} \quad \text{ou} \quad \begin{cases} \max \sum_i C_i(P_i) \\ \sum_i P_i \leq P_b \end{cases}$$

en énonçant un critère permettant une recherche exhaustive des points de fonctionnement optimaux, qui fait défaut dans la plupart des systèmes actuels. Ce critère d'ordonnement suit la pente donnée par le multiplicateur de Lagrange « critique »  $\lambda$  correspondant aux deux points « de Shoham-Gersho » sous-optimaux situés sur l'enveloppe convexe au voisinage de budget recherché. Il se base sur la relation d'ordre

définie par (pour une formulation taux-distorsion  $(R, D)$ ) :

$$(R, D) < (R', D') \iff \begin{cases} D + \lambda R < D' + \lambda R' \\ \text{ou} \\ D + \lambda R = D' + \lambda R' \text{ et } D < D'. \end{cases}$$

Le premier point trouvé dans la région « cachée » triangulaire définie par les deux points de Shoham-Gersho est alors optimal. Avec Axel LE POUPON (doctorant), nous avons proposé un algorithme de recherche de ces points optimaux basée sur un tri local par différences des valeurs du lagrangien [L09]. Une comparaison détaillée aux algorithmes existants a été effectuée sur différents corpus de test ; cet algorithme garantit l'optimalité au prix d'une charge de calcul parfois relativement élevée (polynomiale) en comparaison de celui de Shoham-Gersho (qui est sous-optimal), mais cependant applicable dans la totalité des situations possibles d'allocations (allocation de débit en codage de source par transformée, allocation de puissance en codage multi-canaux, etc.) et d'autant plus rapide pour des fonctions non convexes et des taux non réguliers.

### 6.35 Allocation optimale de ressources par chemins convexes

Avec Axel LE POUPON (doctorant), nous avons proposé une nouvelle approche radicalement différente de la précédente, qui s'applique à un contexte plus particulier de fonctions de coût convexes mais requiert une charge de calcul très faible, tout en garantissant l'optimalité. Cette approche est basée sur une recherche en descente d'arbres itérative selon des chemins convexes dans le nuage des points de fonctionnement, la racine de chaque arbre étant une solution de Shoham-Gersho [52]. Nous avons démontré l'optimalité de cette procédure qui provient du fait que tout point de fonctionnement se trouve sur un unique chemin convexe de ce type.

Afin de rendre le critère de recherche efficace, nous avons défini une zone de recherche définie par translation à partir de l'enveloppe convexe des points de fonctionnement ; cette zone est définie initialement par la condition sur  $(R, D)$  :

$$D > (1 - \alpha)D_e + \alpha D'_e \quad \alpha = \frac{R_b - R}{R'_e - R_e}$$

où  $(R_e, D_e)$  et  $(R'_e, D'_e)$  sont les solutions de Shoham-Gersho consécutives satisfaisant à la contrainte  $R_e \leq R_b \leq R'_e$  sur le budget  $R_b$ . De plus, cette zone se réduit au fur et à mesure de la recherche par une actualisation en fonction des meilleurs candidats trouvés. Nous avons démontré que les candidats situés au-delà de cette zone conduisent nécessairement à des points sous-optimaux ce qui arrête la recherche dans la branche de l'arbre considérée, la recherche se poursuivant dans les chemins survivants (technique *branch and bound*). Une comparaison détaillée aux algorithmes existants a été effectuée sur différents corpus de test ; pour des taux irréguliers, notre algorithme est le plus rapide des algorithmes optimaux connus, avec une charge de calcul d'un ordre de grandeur inférieur à une procédure de programmation dynamique, et s'avère donc constituer une alternative intéressante [52, 56].

### 6.36 Allocation rapide par omission d'index ou de chemins

Nous nous sommes intéressés, avec Axel LE POUPON (doctorant), à l'élaboration d'algorithmes rapide d'allocation de ressources réalisant un bon compromis entre complexité et performances, ces dernières étant quantifiées par un critère de proximité en coût/distorsion. L'objectif essentiel est de *densifier* à moindre coût l'ensemble des points de fonctionnement optimaux, ce qui constitue un attrait essentiel dans nombre d'applications pratiques d'allocation dans les systèmes complexes de communications numériques multi-utilisateurs, y compris dans les cas où la dimension de recherche est plus élevée ( $> 2$ ).

Dans ce contexte, une méthode simple et rapide consiste à omettre un ou plusieurs index des points de fonctionnement composante par composante qui initialisent l'algorithme de type Shoham-Gersho [L09]. Chaque omission d'index (valeur manquante d'un multiplicateur de Lagrange) conduit automatiquement à de nouveaux points cachés, ce qui augmente considérablement le pourcentage final de points de fonctionnement optimaux trouvés, et limite donc la perte en distorsion vis-à-vis de l'optimum – qui devient quasi-négligeable en comparaison d'autres algorithmes sous-optimaux comme [YOR96]. Le facteur de densification est exponentiel en le nombre de composantes et la dimension du problème considéré. De plus, la charge de calcul est comparable à celle de l'algorithme Shoham-Gersho (le plus rapide), pour lequel le pourcentage de points optimaux est de plusieurs ordres de grandeur inférieur,

Une autre solution que nous avons développée consiste à adapter l'algorithme de recherche par chemins convexes (§ 6.35) en se limitant à la racine correspondant au point de Shoham Gersho, se qui réduit considérablement la zone de recherche. Bien que cette méthode ne soit par construction utilisable que pour une dimension limitée du problème, elle conduit au meilleur compromis complexité/performances trouvé, tout en étant applicable dans la totalité des situations possibles d'allocations, pour des fonctions non convexes et des taux irréguliers.

### 6.37 Inégalités de puissance entropique par traitement de données

Des problèmes importants de conception de systèmes de codage restent ouverts dans des cas plus généraux que les transmissions point à point. L'extrême diversité des solutions proposées rend difficile la comparaison de systèmes multi-critères qui utilisent souvent des structures et des modèles différents. Dans le cas particulier important de systèmes multi-utilisateurs de codage de source/canal où la source ou le canal sont gaussiens, les inégalités de la variance entropique, initialement proposées par SHANNON [S48], constituent un outil central : il permettent en effet de prouver les théorèmes réciproques de codage et donc borner efficacement les régions taux-distorsion et capacité-coût d'utilisation pour ces systèmes. Ces inégalités trouvent également des applications en séparation de sources, en déconvolution aveugle et en probabilités *via* le théorème central limite en convergence d'entropie relative. Cependant, leur compréhension actuelle fait appel à des outils de la théorie de l'estimation (matrices de Fisher, variances conditionnelles) très éloignés des préoccupations de codage. Dans cette

étude théorique, j'ai proposé une nouvelle approche basée sur les inégalités basiques de la théorie de l'information comme le théorème du traitement de données [60], qui permet de mieux comprendre l'origine des inégalités de puissance entropique et ouvre de nouvelles perspectives.

A l'origine, l'inégalité de la puissance entropique de Shannon prend la forme suivante :

$$N(\sum_i X_i) \geq \sum_i N(X_i)$$

où les  $X_i$  sont indépendantes et où  $N(X) = \exp(2h(X))$ , est la puissance entropique et  $h(X) = -\int p(x) \log_2 p(x) dx$  est l'entropie différentielle. Il y a égalité dans le cas où les  $X_i$  sont gaussiens. J'ai récrit cette inégalité par une version plus générale portant sur l'information mutuelle de Shannon et trois variables aléatoires indépendantes  $X, Y, Z$  où  $Z$  est gaussien :

$$I(\sqrt{\lambda}X + \sqrt{1-\lambda}Y + \sqrt{t}Z; Z) \leq \lambda I(X + \sqrt{t}Z; Z) + (1-\lambda)I(Y + \sqrt{t}Z; Z)$$

pour tous  $0 \leq \lambda \leq 1, t \geq 0$ . Cette reformulation permet d'utiliser le théorème du traitement de données sur l'information mutuelle ainsi que le développement (*chain rule*)  $I(U, V; Z) \leq I(U; Z) + I(V; Z) + I(U; V|Z)$  pour démontrer l'inégalité de la variance entropique par un argument de perturbation gaussienne semblable à celui utilisé par D. GUO, S. SHAMAI et S. VERDÚ [GSV05], mais directement sur les quantités de théorie de l'information utiles pour le codage sans passer par les outils d'estimation paramétrique ou non paramétrique comme l'information de Fisher ou l'erreur quadratique moyenne minimale. L'utilisation de ces outils de théorie de l'information, *via* l'établissement des réciproques de théorèmes de codage, permet de proposer, pour chaque système étudié, des limites théoriques qui servent de point de comparaison de performances. Elle devrait aussi permettre, pour certains types de problèmes à information adjacente, de guider la conception des codes de source ou de canal et du décodage associé.

### 6.38 Inégalités de puissances entropiques généralisées

J'ai proposé de nombreuses généralisations du travail précédent [61] en vue notamment d'applications potentielles en codage de source ou de canal multi-terminaux. Ce travail a bénéficié d'échanges avec entre autres GUO Dongning (NorthWestern University), Mokshay MADIMAN (Yale) et Pablo PANTANIDA (LSS-Supélec). Une première généralisation concerne des transformations linéaires rectangulaires arbitraires  $\mathbf{A} = (a_{i,j})_{i,j}$  sur les composantes indépendantes  $X_i$ , qui a été utilisée par R. ZAMIR et M. FEDER pour l'analyse des performances taux-distorsion de schémas de quantification hésitante avec codage entropique [ZF95]. L'inégalité de convexité sur l'information mutuelle prend la forme

$$I(\mathbf{A}\mathbf{X} + \mathbf{Z}; \mathbf{Z}) \leq \sum_{i,j} a_{i,j}^2 I(X_j + Z; Z)$$

où  $\mathbf{Z}$  est un vecteur gaussien indépendant du vecteur  $X = (X_i)_i$ .



Un deuxième axe de généralisation porte sur le cas de variables (plus ou moins) dépendantes. La condition suffisante de S. TAKANO et celle légèrement plus faible d'O. JOHNSON [J04] portent sur les scores individuels et les informations de Fisher croisés des variables, et sont particulièrement complexes. J'ai établi une condition plus forte (qui implique les précédentes) et surtout plus simple sur une matrice de Fisher, qui implique une inégalité de puissance entropique plus forte utilisable pour résoudre des problèmes de séparation de sources faiblement dépendantes.

Un troisième axe de généralisation concerne la résolution d'un problème à covariance contrainte

$$\begin{cases} \max_X \{h(X) - \mu h(X + Z)\} \\ \text{Cov}(X) \leq C, \mu \geq 1 \end{cases}$$

motivée par la détermination de régions de codage multi-terminaux optimale [LV06]. Enfin, une quatrième généralisation concerne une version renforcée de l'inégalité de la puissance entropique (concavité de la puissance entropique) utilisé par COSTA pour déterminer la région de capacité d'un canal gaussien à interférence [C85]. Dans tous ces cas, l'outil théorique fondamental est l'inégalité de convexité de l'information mutuelle  $I(\sqrt{\lambda}X + \sqrt{1-\lambda}Y + \sqrt{t}Z; Z) \leq \lambda I(X + \sqrt{t}Z; Z) + (1-\lambda)I(Y + \sqrt{t}Z; Z)$  qui pourrait ainsi constituer le point commun des divers outils utilisés pour borner les régions optimales de fonctionnement de systèmes de codage multi-utilisateurs dans le cas gaussien ou proche du cas gaussien.

### 6.39 Information et estimation paramétrique et non paramétrique

Le développement classique de Stam et Blachman sur les inégalités d'informations de Fisher et les travaux récents de D. GUO, S. SHAMAI et S. VERDÚ [GSV05] ouvrent de nouvelles perspectives théoriques sur les relations entre théorie de l'estimation et théorie de l'information via l'utilisation de l'identité de Bruijn :

$$\left. \frac{d}{dt} h(X + \sqrt{t}Z) \right|_{t=0} = \frac{1}{2} \text{tr}(J(X)\text{Cov}(Z))$$

où  $Z$  est un vecteur gaussien indépendant de  $X$  de matrice de Fisher  $J(X)$ . Dans cette étude mathématique [61, 62], j'ai tout d'abord observé que le théorème du traitement de données s'applique de façon uniforme à l'information mutuelle, la divergence de Kullback-Leibler, l'information de Fisher paramétrique (de paramètre  $\theta$ ) et la variance conditionnelle qui représente l'erreur quadratique moyenne en estimation non paramétrique. Plus précisément, si  $\theta \rightarrow X \rightarrow Y$  forme une chaîne de Markov, alors

$$\begin{aligned} I(\theta; Y) &\leq I(\theta; X) \\ D_Y(p_\theta \| p_{\theta'}) &\leq D_X(p_\theta \| p_{\theta'}) \\ J_\theta(Y) &\leq J_\theta(X) \\ \text{Var}(\theta|Y) &\geq \text{Var}(\theta|X). \end{aligned}$$

Cette similitude renforce l'impression que ces différentes mesures d'information et d'estimation présentent un lien commun fort. Le lien entre information mutuelle et divergence est bien connu :

$$I(X, Y) = \mathbf{E}_X D(p(y|X) \| p(y))$$

et, à l'aide de la définition suivante de l'information de Fisher :

$$J_\theta(X) = \frac{\partial^2}{\partial \theta'^2} D_X(p_\theta \| p_{\theta'}) \Big|_{\theta'=\theta} \geq 0$$

on obtient l'identité remarquable (en une dimension pour simplifier) :

$$I(X + \theta Y; Y) = \frac{\theta^2}{2} \sigma_Y^2 J(X) + o(\theta^2)$$

où  $J(X) = J_\theta(X + \theta)$ . Cela fournit une nouvelle preuve simplifiée de l'identité de Bruijn par perturbation gaussienne, qui contrairement à la preuve classique, utilise directement les relations simples existantes entre les différentes quantités. Par ailleurs, j'ai établi la relation suivante par linéarisation du score  $S_\theta(X) = \frac{\partial}{\partial \theta} \log p_\theta(X)$  dans le cas gaussien :

$$\sigma_Z^2 J(X + Z) + \sigma_Z^{-2} \text{Var}(X|X + Z) = 1$$

(où  $Z$  est gaussien indépendant de  $X$ ) qui montre qu'information de Fisher et erreur quadratique moyenne minimale sont deux quantités complémentaires. Ceci explique de manière très simple la relation de D. GUO, S. SHAMAI et S. VERDÚ [GSV05]

$$\frac{d}{ds} I(X, Y) = \frac{1}{2} \text{Var}(X|Y)$$

dans le cas du canal gaussien  $Y = \sqrt{s}X + Z$ . Toutes ces identités qui initialement, apparaissaient comme assez mystérieuses, sont finalement toutes imbriquées entre elles et proviennent d'une même théorie englobant estimation aux moindres carrés, estimation paramétrique *via* l'information de Fisher, et théorie de l'information *via* l'information mutuelle, le dénominateur commun étant constitué des propriétés de la divergence [62].

#### 6.40 Diffusion de la théorie de l'information

La théorie de l'information (au sens "*Shannon theory*" aux USA), c'est-à-dire l'étude des quantités et inégalités d'information de Shannon appliquées à la résolution des problèmes de codage, est une matière fondamentale qui explique les compromis optimaux entre débit, distorsion, taux d'erreurs et puissance émise dans tous les systèmes de codage passés, présents et à venir. Elle est abondamment enseigné aux USA et ailleurs mais sa diffusion en France reste assez limitée (aux outils de base et aux solutions pratiques de codage).

Je suis l'auteur du livre *Théorie de l'information et du codage* [62], Hermes-Science-Lavoisier (2007) qui est sans doute la seule référence en français qui traite de la théorie

de Shannon à ce niveau de détail, depuis la présentation des outils de base jusqu'à la démonstration des théorèmes de Shannon. Il contient en particulier deux chapitres orientés recherche sur les relations fortes entre informations de Shannon, de Fisher et l'erreur quadratique moyenne en estimation paramétrique ou non-paramétrique aux moindres carrés (§ 6.39), ainsi que sur les inégalités de variance entropique et l'identité de Buijn appliquées à la détermination de capacité de canaux (§ 6.37). Il s'accompagne également d'une autre publication, *Théorie des Probabilités* [63], paru chez Hermes-Science-Lavoisier (2008) qui fournit toutes les bases requises jusqu'aux lois des grands nombres et au théorème ergodique.

Ce livre constitue une référence utilisée dans différents cours de Master recherche et sa diffusion m'a permis de nouer des contacts motivés par l'utilisation d'outils de théorie de l'information pour des applications diverses, y compris sur des aspects perceptifs homme-machine et de psychologie expérimentale avec Yves GUIARD (CNRS LTCI).

## Perspectives : recherche et diffusion scientifique

Cette liste de thèmes en vrac correspond à des travaux en cours ou prospectifs. La plupart s'inscrivent dans la continuation des travaux déjà effectués en codage ou en théorie de l'information (chapitre 6), et quelques uns constituent de nouveaux projets mathématiques pédagogiques ou de recherche.

### 7.1 Quantification optimale d'une source quelconque en présence d'erreurs

Les problèmes étudiés en collaboration avec Riadh ABDELFAHATTAH concernant la robustification d'une quantification vis à vis des erreurs de transmission peuvent être formulés dans un cadre mathématique précis : étant donnée une source décrite par une densité de probabilité (typiquement une composante sous-bande), trouver une procédure de quantification et d'étiquetage binaire minimisant l'erreur quadratique moyenne en présence d'une transmission de la représentation binaire de la source dans un canal binaire symétrique. Crimmins *et al* [CHPP69] ont résolu ce problème pour une source uniforme par transformée de Fourier définie à l'aide de caractères sur un groupe abélien fini. Récemment, les travaux de NA et NEUHOFF [NN07] ont déterminé les performances des meilleurs codes linéaires dans ce contexte. Le cas d'une source quelconque apparaît plus complexe et l'on envisage d'adapter certains outils théoriques du cas uniforme pour trouver des conditions d'optimalité, que l'on comparera aux solutions pratiques déjà trouvées à l'aide de l'algorithme de Lloyd.

### 7.2 Conception rapide de codes de Huffman sous contraintes

La conception classique de codes de Huffman passe par celle des distributions de longueurs suivant la contrainte de l'inégalité de Kraft-McMillan. D'autres types de contraintes conduisent à des codes plus robustes vis-à-vis des variations des statistiques des symboles codés, voire vis-à-vis de leur capacité d'auto-synchronisation ou leur décodage à information adjacente. Une perspective du travail mené avec Axel LE POUAPON est l'élaboration d'algorithmes rapides (en nombres entiers) des distributions de longueurs satisfaisant essentiellement tout type de contrainte utile pour les applications. En comparaison des approches classiques qui se limitent à une contrainte de longueur maximale (par exemple [TM95]), notre approche permettrait une alternative intéressante pour des critères plus complexes comme celles évoquées dans [H81].

### 7.3 Codage par transformée en basse résolution

Le codage par transformée en haute résolution et sous l'hypothèse que transformées d'analyse et de synthèse sont inverses l'une de l'autre est un cadre bien connu, dans lequel la transformée de Karhunen-Loève est optimale. Dans un premier temps, avec Axel LE POUPON, nous avons généralisé cette étude 1<sup>o</sup> au cas basse-résolution et 2<sup>o</sup> en optimisant la transformée de synthèse en présence de bruit de quantification. Dans le premier cas, nous avons trouvé de nouvelles expressions du gain de codage par transformée qui dépendent du taux global utilisé et nécessitent l'application de techniques de *waterfilling*. Grâce au lemme de Hardy-Littlewood-Pólya en théorie de la *majorization*, il est possible d'exposer les conditions sous lesquels la transformée de Karhunen-Loève reste optimale (en particulier dans le cas gaussien pour des quantificateurs invariants par changement d'échelle [GZV00]). Dans le deuxième cas, l'utilisation d'une quantification hésitante rend une reconstruction de Wiener optimale au sens des moindres carrés, alors que le problème est plus complexe dans le cas général [HR98]. De nombreuses questions restent ouvertes, dans le cas basse résolution en présence de bruit de quantification non additif.

### 7.4 Décodage souple des codes BCH sur les entiers cyclotomiques

On considère la famille des codes cycliques de longueur  $n$  définis sur le corps  $\mathbb{Q}$  des rationnels, de corps localisateur égal à l'extension cyclotomique  $\mathbb{Q}_n = \mathbb{Q}[W_n]$  de  $\mathbb{Q}$ . À l'aide des propriétés du groupe de Galois  $\text{Gal}(\mathbb{Q}_n : \mathbb{Q})$  d'ordre  $\varphi(n)$  (indicateur d'Euler), il est possible d'adapter toute la théorie des codes cycliques et BCH dans ce contexte. Dans la pratique, tous les calculs sont effectués dans l'anneau des entiers cyclotomiques  $\mathbb{Z}[W_n]$  et nécessitent uniquement l'utilisation d'une arithmétique sur les entiers, ce qui constitue un avantage vis-à-vis des codes BCH sur un corps fini ou sur  $\mathbb{R}$ . Un code BCH sur  $\mathbb{Z}[W_n]$  peut ainsi servir directement de modulateur et de codeur correcteur, et il est possible de mettre en œuvre des algorithmes rapides de décodage souple du type GMD allié à l'algorithme d'Euclide ou de Berlekamp. Ce travail pourrait bénéficier d'échanges avec Patrick SOLÉ (CNRS LTCI) et offrirait de nouvelles perspectives en décodage conjoint.

### 7.5 Énumération de poids et décodage de codes $q$ -aires duaux

La notion de transformée de Fourier sur le corps de Galois  $\text{GF}(q)$  de la fonction indicatrice d'un code  $q$ -aire permet de déterminer simplement son code dual. Elle définit en particulier les transformées de Mc Williams et de Kratchouk qui permettent de déterminer aisément certains polynômes énumérateurs de poids. On généralise ainsi facilement les résultats de TORTELIER [T95] relatifs à la répartition moyenne des mots de code permettant de déduire des calculs théoriques de performances en décodage hard et soft. La transformée de Fourier sur  $\text{GF}(q)$  et la formule de Parseval permettent également de caractériser le recouvrement de l'espace de Hamming par des sphères

« floues » ainsi que les cellules de Voronoï autour des mots de code ; cela permet de simplifier considérablement les dérivations de règles duales de décodage symbole par symbole de HARTMANN et RUDOLPH et de Gérard BATAIL *et al.* [BDG79]. D'une façon générale, la transformée de Fourier est un outil puissant permettant de transformer toute règle primale sur un code en une règle duale ; cette étude théorique est donc susceptible de nombreuses extensions.

## 7.6 Décodage d'un réseau de rang déficient

Pour un système MIMO en transmission descendante où le nombre d'antennes à la réception est inférieur à celui à l'émission, ou pour un système CDMA dont le nombre d'utilisateurs dépasse le facteur d'étalement ou en présence d'interférence co-canal dans un système non codé, le canal linéaire  $\mathbf{H}$  (à bruit gaussien additif) présente une déficience de rang, et le problème de la détection à maximum de vraisemblance revient à résoudre un système sous-déterminé  $y = \mathbf{H}x$  au sens des moindres carrés sous la contrainte que les solutions  $x$  sont entières (vivent dans un réseau de points) et de dynamique bornée. Ce type de problème apparaît également par dualité source/canal pour la conception de système de quantification vectorielle robuste aux erreurs de transmission ( $y$  représente le vecteur de source et  $x$  le représentant du dictionnaire). Dans le cas non-déficient, le réseau de points est discret et la résolution est classique (décodeur par sphères, Schnorr-Euchner, etc.). La difficulté est de trouver des algorithmes efficaces de décodage lorsque  $\mathbf{H}$  présente une déficience de rang et le réseau de points est dense à diversité donnée. Dans ce travail initié en collaboration avec JEAN-CLAUDE BELFIORE (TELECOM ParisTech), j'ai montré qu'une généralisation de l'algorithme d'Euclide étendu permet de résoudre le cas le plus simple (dimension 2, rang 1,  $y = 0$ ). On peut envisager une généralisation à des dimensions plus élevées à l'aide d'une base de Gröbner d'une variété torique associée au réseau, ou en introduisant un multiplicateur de Lagrange pour se ramener au cas du rang plein. Enfin la généralisation au cas où  $y$  est quelconque devrait se ramener, comme dans le cas du rang plein, à un algorithme du type LLL généralisé.

## 7.7 Décodage espace-temps sur des variétés grassmanniennes

Suite à une proposition de codes espace-temps en communication MIMO symétrique ( $M = N$  antennes à l'émission et la réception et longueur temporelle du code  $T \geq 2M$ ) sur une variété grassmannienne (des sous-espaces de  $\mathbb{C}^T$  de dimension  $M$ ) [KB03], j'ai élaboré des outils d'algèbre multi-vectorielle permettant de paramétrer efficacement l'espace de codage de façon à éviter l'emploi d'un décodeur exhaustif. Une piste en collaboration avec JEAN-CLAUDE BELFIORE est l'utilisation des exponentielles extérieures de bi-vecteurs (plutôt que les angles principaux) pour caractériser le groupe de Clifford-Lipschitz spécial  $ST$  dont le normalisé détermine complètement les rotations  $\in SO(\mathbb{C}^T)$ . La détermination efficace des paramètres de cette représentation, en présence de bruit, permettrait de caractériser rapidement l'espace du code en

décodage non cohérent.

### 7.8 Conditions d'optimalité de l'algorithme de Lloyd généralisé

L'algorithme de Lloyd généralisé est un outil central pour l'optimisation de systèmes de codage de source et de source/canal conjoint. Poussé à son extrême, son principe fondamental consiste à boucler deux conditions de sous-optimalité sur le codeur à décodeur donné et le décodeur à codeur donné jusqu'à convergence (garantie). La difficulté inhérente de cette approche est le choix de l'initialisation en présence de minima locaux ; il est donc important de déterminer les conditions sous lesquelles le minimum obtenu peut être global. J'ai étendu le résultat classique de TRUSHKIN [T93] concernant l'équivalence et l'optimalité des algorithmes de Lloyd I et II pour des densités de source log-concaves et des fonctions de coût non nécessairement quadratiques ni même convexes, avec application au cas symétrique et en particulier à la distribution laplacienne ainsi qu'au cas particulier d'un quantificateur à deux niveaux. Un problème ouvert serait de généraliser cette étude en présence d'une probabilité de transition d'un canal donné.

### 7.9 Allocation de puissance pour les communications multiporteuses

Les travaux effectués avec Axel LE POUPON peuvent se généraliser dans un contexte abstrait général : celle d'une optimisation conjointe de sommes de coûts selon des budgets donnés égaux à des sommes de ressources. En particulier, il s'applique directement aux problèmes d'allocation de puissance dans les systèmes multiporteuses du type DMT, et plus généralement dans des systèmes de codage de canal multiporteuses et multi-utilisateurs avec interférences. La dimension du problème (taux, puissance, fréquence, espace...) peut s'accroître notablement en comparaison des applications déjà étudiées et la linéarité n'est plus nécessairement de mise. En reprenant l'idée d'omission d'index du § 6.36, éventuellement itérée, il serait possible d'améliorer notablement les performances d'algorithmes existants grâce à la découverte rapide de points de fonctionnement cachés. La contrainte de taux réguliers permet également de spécialiser certains algorithmes et d'améliorer leur charge de calcul, crucial pour de telles applications. Enfin, il est envisageable de généraliser nos approches optimales ou sous-optimales à des méthodes de codage distribuées.

### 7.10 Algorithme de recuit déterministe de Blahut-Rose

L'algorithme de Blahut-Arimoto [B72] est un outil de théorie de l'information indispensable au calcul de bornes de performances sur de nombreux systèmes de codage ; il estime la capacité d'un canal à partir de la donnée d'une matrice de transition quelconque et s'adapte également par dualité au calcul de la fonction taux-distorsion d'une source représentée par une densité de probabilité quelconque. Par exemple, son application à des canaux gaussiens à évanouissements (en mode supervisé ou non)

permet de déterminer les limites de Shannon précises pour différents types de quantification en entrée et en sortie du canal, ce qui fournit des indications importantes pour la conception de certains schémas de codage. Cependant la dimension assez élevée du problème rend difficile l'utilisation *ad-hoc* de l'algorithme de Blahut. Le travail de Kenneth ROSE [R94] peut être exploité pour proposer différentes pistes d'amélioration ; initialement proposé pour le calcul de la fonction taux-distorsion à l'aide d'arguments de mécanique statistique, il montre l'existence d'un point limite au delà duquel la limite de Shannon coïncide avec la borne de Shannon obtenue simplement par des outils de théorie de l'information, pour une source définie par une densité ; en deçà du point critique, il devrait être possible d'accélérer notablement l'algorithme de Blahut par recuit en tenant compte de la discrétisation progressive présente dans l'expression des probabilités de transition optimales. Son implantation efficace et sa dérivation théorique en dehors du contexte de mécanique statistique (preuve de convergence) restent des problèmes ouverts.

### 7.11 Codage typique source ou canal et schémas hésitants

L'extrême diversité des solutions théoriques proposées de conception de systèmes de codage source ou canal multi-utilisateurs rend difficile une comparaison multi-critères qui utilisent souvent des structures et des modèles différents. L'utilisation des outils de la théorie de l'information, d'une part d'inégalités servant à démontrer des réciproques de théorèmes de codage, d'autre part de techniques de codage/décodage typique avec *random binning* permet de proposer, pour chaque système étudié, des limites théoriques qui servent de point de comparaison de performances. Dans ce contexte, nous avons, avec Antonio CIPRIANO (Thalès Communications) et Pablo PIANATANIDA (LSS/Supélec), détaillé les méthodes de théorie de l'information utiles pour l'analyse de la capacité de canaux gaussiens avec information adjacente au transmetteur et/ou au récepteur (notamment le problème de Gelfand-Pinsker). J'ai également étudié ces méthodes dans la cadre du schéma de Costa (dirty paper) en établissant un « dictionnaire » qui, à partir d'un schéma typique (inutilisable en pratique) permet de « déduire » un schéma pratique [ESZ05] de quantification hésitante (du type QIM) pour des applications de tatouage. Une généralisation de ce type de correspondance est envisageable, appliqué aux problèmes de Slepian-Wolf (codage de source distribué) ou de Wyner-Ziv (taux-distorsion avec information adjacente) [K08b]. Ce travail bénéficie d'échanges avec Pablo PIANATANIDA et permettrait de guider la conception des codes de source/canal et du décodage associé pour ces problèmes fondamentaux.

### 7.12 Reconstruction d'information morcellée par distance entropique

Le coefficient d'indépendance de deux variables aléatoires  $\rho_{XY} = \frac{I(X,Y)}{H(X,Y)}$  et la distance entropique  $d(X,Y) = H(X,Y) - I(X,Y)$  ont des propriétés similaires aux notions plus classiques de coefficient de corrélation et de distance hilbertienne (aux



moindres carrés). J'ai montré qu'ils permettent de caractériser la reconstruction parfaite de  $X$  à partir de plusieurs composantes  $X_i = f_i(X)$ ,  $i = 1$  à  $n$ . Par exemple, il est nécessaire que  $\sum_i \rho_{XX_i} \geq 1$ , et dans le cas de l'indépendance à information critique  $\sum_i \rho_{XX_i} = 1$ , que les v.a.  $X_i$  soient alignées avec  $X$  selon la distance entropique (chaîne forte de Markov). Ce type de critère permettrait de développer une théorie du partage d'information entre composantes d'un signal (par exemple dans le cadre d'une décomposition à la « ondelettes »), y compris dans le cas général où ces composantes sont déterminées aléatoirement. Des applications sont envisageables dans des systèmes de codage de source hiérarchique à description multiple.

### 7.13 Mathématiques appliquées au CMAP (Polytechnique)

Mon intégration dans l'équipe de Stéphane MALLAT (CMAP, Polytechnique) pourrait déboucher à terme sur des collaborations de recherche, en particulier sur l'utilisation de la représentation multi-échelle de structures géométriques complexes dans les images, et de représentations creuses par seuillage, en vue d'applications duales en compression et en réduction de bruit. On peut envisager d'intégrer dans ces approches des contraintes de perturbations dues à la transmission : par exemple, en considérant l'effet d'erreurs de transmission sur le signal comme un problème de débruitage particulier, ou en exploitant l'analyse de structures géométriques dans les images pour introduire une redondance structurée afin de mieux protéger l'information essentielle dans le cas d'un canal plus ou moins dégradé — y compris de façon évolutive, en exploitant la connaissance partielle de l'état du canal de transmission (exemple type de diffusion vidéo sur les mobiles). Je participe également à un groupe de travail élargi (supervisé par Christophe GIRAUD du CMAP) sur différentes applications en classification, sparsité, signal, sélection de modèles, apprentissage, etc. qui pourrait donner lieu à de futures collaborations dans ces domaines.

### 7.14 Réflexions sur les outils mathématiques d'analyse

La publication récente de deux livres pédagogiques (théorie de l'information [62] et théorie des probabilités [63]) m'ont amené à adopter une démarche pédagogique parfois originale en comparaison des manuels existants, visant surtout à la simplicité et à un accès le plus direct possible aux notions essentielles. De plus, des rencontres avec des enseignants de classes préparatoires, de grandes écoles et d'universités, favorisent également une réflexion pédagogique sur l'enseignement d'outils mathématiques au niveau licence et master. Un premier axe de réflexion est l'utilisation systématique de la dualité source-canal pour simplifier la présentation des applications de la théorie de l'information au codage [62] (séparées des outils théoriques eux-mêmes) ; un deuxième axe, plus mathématique, est une présentation unifiée du discret et du continu (opérateur  $\sum$ ) permettant d'éviter de nombreuses répétitions dans un exposé sur la théorie des probabilités [63] ; un troisième axe est une présentation des variables aléatoires sans référence à un espace universel abstrait  $\Omega$  qui améliore leur compréhension

et évite un emploi abusif de la théorie de la mesure [63]. De nombreuses autres pistes pédagogiques sont envisageables, notamment pour l'élaboration d'un cours d'analyse (notamment de Fourier) jusqu'au niveau L3/M1 ; elles reprennent des idées originales parfois oubliées par inertie. Une construction du continu par développements  $p$ -adiques [65] a bénéficié d'échanges avec Jean-Pierre DEMAILLY (Grenoble I) et est envisageable dès le niveau lycée. Un principe de globalisation très simple (toute propriété locale et additive est globale) peut être élaboré comme axiome de continuité pour prouver toutes les propriétés de base de l'analyse réelle [T07]. Ce principe (sous la forme d'une subdivision de Cousin) peut servir de base mathématique à l'élaboration de la théorie de Kurweil-Henstock de l'intégrale, plus simple que celle de Riemann et plus puissante que celle de Lebesgue, permettant par exemple d'unifier la présentation de l'intégrale de Fourier de fonctions en englobant le cas de la semi-convergence. La difficulté inhérente à la théorie de la mesure (distinguer les fonctions mesurables de celles qui ne le sont pas) peut disparaître entièrement en se plaçant dans le modèle logique de Solovay. Les évaluations d'intégrales sans primitive trouvent un cadre très général à l'aide d'un principe de sommation eulérienne généralisée, ce qui permet d'éviter l'emploi des résidus de l'analyse complexe. Enfin la généralisation de la transformée de Fourier aux distributions tempérées d'ordre quelconque [57] (essentielle notamment en traitement du signal) et la caractérisation du filtrage linéaire deviennent quasiment triviale grâce à l'approche algébrique esquissée dans [S67] qui évite les considérations topologiques très abstraites de la présentation classique par dualité de Schwartz.

### 7.15 Information des nombres premiers et fonctions additives

Il existe un lien surprenant entre les idées et méthodes de la théorie de l'information et les questions sur la distribution des nombres premiers et certaines fonctions diviseurs arithmétiques. Il est possible en particulier d'améliorer certains résultats de I. KONTOYIANNIS [K08] vers deux directions : (a) une évaluation de l'écart entropique entre des variables aléatoires obtenues par décomposition en facteurs premiers d'un nombre aléatoire uniforme dans un grand intervalle, permettant de re-démontrer le théorème de Tchébycheff  $\pi(x) \asymp \frac{x}{\log x}$  sous un autre angle, et d'expliquer la similitude de comportement asymptotique entre fonctions additives et complètement additives ; (b) un théorème central limite (d'Erdős-Kac) renforcé par le critère de divergence de Kullback Leibler.

### 7.16 Aspects de théorie de l'information en psychologie expérimentale

Après un effet de mode spectaculaire au cours des années 1950 et 1960, la théorie de Shannon a été entièrement oubliée dans les sciences sociales et en psychologie, disgrâce entièrement gratuite au plan scientifique. J'apporte mon expertise auprès d'Yves GUIARD (CNRS) sur différents sujets, dont les deux suivants. 1° Un projet ANR visant à analyser l'interaction entre énergie et information mutuelle dans un

comportement inter-individuel humain purement compétitif sur un acte sportif spécifique, le service dans le tennis professionnel. Cette étude passe par des modèles d'information entre serveur et relanceur validés par l'analyse des trajectoires de balle systématiquement enregistrées, à un haut niveau de résolution spatio-temporelle et en 3D, sur les courts principaux des tournois internationaux par la société Hawk-Eye.

2° Un projet de mise au point d'un nouveau procédé d'accessibilité aux personnes handicapées par sélection d'objets graphiques dans les interfaces reposant sur la mesure de l'information mutuelle sur une fenêtre temporelle glissante entre le mouvement du regard, capturé avec un oscillomètre, et les mouvements de plusieurs oscillateurs simultanément affichés à l'écran.



---

## Références bibliographiques

- [A74] B. S. ATAL, "Towards determining articulator positions from the speech signal," *Speech Communication Seminar*, Stockholm, Aug. 1973.
- [A76] T. C. ANCHETA Jr., "Syndrom source coding and its universal generalization," *IEEE Transactions on Information Theory*, Vol. 22, No. 4, 1976, pp. 432–436.
- [B00] F.-X. BERGOT, *Dualité entre codage de source et codage de canal*, Thèse, EDITE, Juin 2000.
- [B72] R. E. BLAHUT, "Computation of channel capacity and rate-distorsion functions," *IEEE Transactions on Information Theory*, Vol. 18, No. 4, 1972, pp. 460–473.
- [B95] B. BURKE HUBBARD, *Ondes et Ondelettes ; la saga d'un outil mathématique*, Pour la Science – Belin, 1995.
- [B96] B. BURKE HUBBARD, *The world according to wavelets ; the story of a mathematical technique in the making*, A K Peters, 1996.
- [BA83] P. J. BURT and E. H. ADELSON, "The Laplacian pyramid as a compact image code," *IEEE Transactions Communications*, Vol. 31, No. 4, Apr. 1983.
- [BB88] J. and P. BERTRAND, "Time-frequency representations of broad-band signals," *IEEE ICASSP'88*, pp. 2196–2199, 1988.
- [BBO90] J. and P. BERTRAND and J.-P. OVARLEZ, "Discrete Mellin transform for signal analysis," *IEEE ICASSP'90*, pp. 1603–1606.
- [BDG79] G. BATTAIL, M. DECOUVELAERE and P. GODLEWSKI, "Replication decoding," *IEEE Transactions on Information Theory*, Vol. 25, No. 3, May 1979 pp. 332–345.
- [C85] M. H. M. COSTA, "On the Gaussian interference channel," *IEEE Transactions on Information Theory*, Vol. 31, No. 5, 1985, pp. 607–615.

- [C89] L. COHEN, "Time-frequency distribution—A review," *Proc. IEEE*, Vol. 77, No. 7, pp. 941–981, 1989.
- [CF85] G. COHEN et P. FRANKL, "Good coverings of Hamming spaces with spheres," *Discrete Mathematics*, Vol. 56, 1985, pp. 125–131.
- [CHPP69] T. R. CRIMMINGS, H. M. HORWITZ, C. J. and R. V. PALERMO, "Minimization of mean-square error for data transmitted via group codes," *IEEE Transactions on Information Theory*, Vol. 15, No. 1, 1969, pp. 72–78.
- [D86] P. DUHAMEL, "Implementation of split-radix FFT algorithms for complex, real, and real-symmetric data," *IEEE Transactions Acoust., Speech, Signal Processing*, Vol. ASSP-34, pp. 285-295, Apr. 1986.
- [DL90] N. DYN and D. LEVIN, "Interpolating subdivision schemes for the generation of curves and surfaces," in *Multivariate interpolation and approximation*, Birkhäuser, Basel, pp. 91–106, 1990.
- [DL91] I. DAUBECHIES and J.C. LAGARIAS, "Two-scale difference equations. I. Existence and global regularity of solutions," *SIAM J. Math. Anal.*, Vol. 22, No. 5, pp. 1388-1410, 1991.
- [ESZ05] U. EREZ, S. SHAMAI and R. ZAMIR, "Capacity and lattice strategies for cancelling known interference," *IEEE Transactions on Information Theory*, Vol. 51, No. 11, 2005, pp. 3820–3833.
- [F84] P. FLANDRIN, "Some features of time-frequency representations of multi-component signals," *IEEE ICASSP'84*, pp. 41 B.4.1–4.4, 1984.
- [D88] I. DAUBECHIES, "Orthonormal bases of compactly supported wavelets," *Comm. Pure and Appl. Math.*, Vol. 41, No. 7, pp. 909–996, 1988.
- [D93] I. DAUBECHIES, "Orthonormal bases of compactly supported wavelets, II. Variations on a theme," *SIAM J. Math. Anal.*, Vol. 24, No. 2, pp. 499–519, 1993.
- [DD89] G. DESLAURIERS et S. DUBUC, "Symmetric iterative interpolation processes," *Constr. Approx.*, Vol. 5, pp. 49–68, 1989.
- [FV87] N. FARVARDIN et V. VAISHAMPAYAN, "Optimal quantizer design for noisy channels : An approach to combined source-channel coding," *IEEE Transactions on Information Theory*, Vol. 33, No. 6, 1987, pp. 827–838.
- [G01] A. GABAY, *Codage conjoint source-canal : application aux transmissions d'images par satellite*, Thèse EDITE, 2001.
- [GM84] A. GROSSMANN, J. MORLET, "Decomposition of functions into wavelets of constant shape, and related transforms," *Math. Phys. lecture on recent results*, L. Streit, e.d, World Scientific, Singapore, Déc. 1984.
- [GSV05] D. GUO, S. SHAMAI and S. VERDÚ, "Mutual information and minimum mean-square error in Gaussian channels," *IEEE Transactions on Information Theory*, Vol. 51, No. 4, 2005, pp. 1261–1282.

- [GZV00] V.K. GOYAL, J. ZHUANG and M. VETTERLI, "Transform coding with backwards adaptive updates," *IEEE Transactions on Information Theory*, Vol. 46, No. 4, pp. 1623-1633, 2000.
- [H71] O. HERRMANN, "On the approximation theorem in nonrecursive digital filter design," *IEEE Trans. Circuit Theory*, Vol. 18, No. 3, pp. 411-413, May 1971.
- [H81] P. A. HUMBLET, "Generalization of Huffman coding to minimize the probability of buffer overflow," *IEEE Transactions on Information Theory*, Vol. 27, No. 2, 1981, pp. 230-232.
- [HKMT89] M. HOLSCHNEIDER, R. KRONLAND-MARTINET, J. MORLET and P. TCHAMITCHIAN, "A real-time algorithm for signal analysis with the help of the wavelet transform," in *Wavelets, time-frequency methods and phase space*, Springer, pp. 286-297, 1989.
- [HR98] A. HJØRUNGNES and T. A. RAMSTAD, "Minimum Mean Square Error Transform Coders," in Proc. *The 6th IEEE Int. Workshop on Intelligent Signal Processing and Communication Systems*, Vol. 2, pp. 738-742, Melbourne, Australia, November 1998.
- [J04] O. JOHNSON, "A conditional entropy power inequality for dependent variables," *IEEE Transactions on Information Theory*, Vol. 50, No. 8, 2004, pp. 1581-1583.
- [K95] L. KARRAY, *Compression d'images en norme infinie*, Thèse Orsay, sept. 1995.
- [K08] I. KONTOYIANNIS, "Some information-theoretic computations related to the distribution of prime numbers," submitted, [arxiv.org/abs/0710.4076v2](http://arxiv.org/abs/0710.4076v2), 2008.
- [K08b] G. KRAMER, "Topics in multi-user information theory," in *Foundations and Trends in communications and information theory*, Vol. 4, Nos. 4-5, 2007, pp. 265-444.
- [KB03] I. KAMMOUN and J.C. BELFIORE, "A new family of Grassmann space-time codes for non-coherent MIMO systems," *IEEE Communication letters*, Vol. 7, No. 11, Nov. 2003, pp. 528-530.
- [KV91] J. KOVAČEVIĆ et M. VETTERLI, "Perfect reconstruction filter banks with rational sampling rate changes," *IEEE ICASSP'91*, pp. 1785-1788, May 1991.
- [L09] A. LE POUPON, *Méthodes optimales et sous-optimales d'allocation de ressources efficace en codage numérique*, Thèse EDITE, 2009.
- [LV06] T. LIU and P. VISWANATH, "An extremal inequality motivated by multiterminal information theoretic problems," Proc. *IEEE ISIT'06*, pp. 1016-1020, 2006.
- [M73] P. MERMELSTEIN, "Articulatory model for the study of speech production," *J. Acous. Soc. Amer.*, Vol. 53, No. 4, pp. 1070-1082, 1973.

- [M84] T. G. MARSHALL Jr., "Coding of real-number sequences for error correction : A digital signal processing problem," *IEEE J. Selected Areas Comm.*, Vol. 2, No. 2, pp. 381–392, 1984.
- [M86] Y. MEYER, "Ondelettes et fonctions splines," *Séminaire Equations aux dérivées partielles*, Ecole Polytechnique, Paris, Déc. 1986.
- [M89] S. MALLAT, "Multifrequency channel decompositions of images and wavelet models," *IEEE Transactions in Acoustic Speech and Signal Processing*, Vol. 37, pp. 2091–2110, Dec. 1989.
- [MD91] Z. J. MOU and P. DUHAMEL, "Short-length FIR filters and their use in fast nonrecursive filtering," *IEEE Transactions in Signal Processing*, Vol. 39, pp. 1322–1332, Jun. 1991.
- [MG72] J. L. MASSEY and O. N. GARCIA, "Error-correcting codes in computer arithmetic," in *Advances in information systems science*, Vol. 4, chap. 5, pp. 273–326, Plenum Press, 1972.
- [MY94] S. K. MITRA and T. H. YU, "A new nonlinear algorithm for the removal of impulse noise from highly corrupted images," in *IEEE ISCAS'94*, Vol. 3, pp. 17–20.
- [NBS92] K. NAYEBI, T.P. BARNWELL III, M.J.T. SMITH, "Analysis-synthesis systems with time-varying filter bank structures," *IEEE ICASSP'92*, Vol. IV, pp. 617–620.
- [NN07] I. NA and D. L. NEUHOFF, "The best linear block codes for scalar source-channel coding," *IEEE ISIT'07*, pp. 741–745, 2007.
- [PM72] T.W. PARKS and J.H. MCCLELLAN, "Chebyshev approximation for nonrecursive digital filters with linear phase," *IEEE Trans. Circuit Theory*, Vol. 19, No. 2, pp. 189–194, Mar. 1972.
- [R94] K. ROSE, "A mapping approach to rate-distortion computation and analysis," *IEEE Transactions on Information Theory*, Vol. 40, No. 6, 1994, pp. 1939–1952.
- [RV93] K. RAMCHANDRAN and M. VETTERLI, "Best wavelet packet bases in the rate distortion sense," *IEEE Transactions in Image Processing*, Vol. 2, pp. 160–175, Apr. 1993.
- [S48] C. E. SHANNON, "A mathematical theory of communication," *Bell System technical journal*, Vol. 27, pp. 623–656, 1948.
- [S67] J. S. E SILVA, "Integrals and orders of growth of distributions," in *Theory of distributions*, Proc. International Summer Institute, Lisbon, 1967, pp. 329–380.
- [S92] M. J. SHENSA, "Affine wavelets : Wedding the Atrous and Mallat Algorithms," *IEEE Transactions in Signal Processing*, Vol. 40, pp. 2464–2482, Oct. 1992.
- [SB86] M.J.T. SMITH and T.P. BARNWELL III, "Exact reconstruction techniques for tree-structured subband coders," *IEEE Transactions in Acoustic Speech and Signal Processing*, Vol. 34, No. 3, Jun. 1986.

- [SG88] Y. SHOHAM and A. GERSHO, "Efficient bit allocation for an arbitrary set of quantizers," *IEEE Transactions in Acoustic Speech and Signal Processing*, Vol. 36, pp. 1445–1453, Sept. 1988.
- [T95] P. TORTELIER, "Sur l'emploi de la transformation de Fourier pour l'énumération de poids des codes linéaires en bloc", *Ann. Télécommunications*, Vol. 50, No. 9–10, 1995.
- [TM95] A. TURPIN and A. MOFFAT, "Practical length-limited coding for large alphabets," *Computer Journal*, Vol. 38, No. 5, pp. 339–347, 1995.
- [T93] A. V. TRUSHKIN, "On the design of an optimal quantizer," *IEEE Transactions on Information Theory*, Vol. 39, 1993, pp. 1180–1194.
- [T07] B.S. THOMSON, "Rethinking the elementary real analysis course," *American Math. Monthly*, June/July 2007, pp. 469–490.
- [V86] M. VETTERLI, *Analyse, synthèse et complexité de calcul de bancs de filtres numériques*, Thèse, Ecole polytechnique fédérale de Lausanne, 1986.
- [VH92] M. VETTERLI and C. HERLEY, "Wavelets and filter banks : Theory and design," *IEEE Transactions in Signal Processing*, Vol. 40, pp. 2207–2232, 1992.
- [W83] J. K. WOLF, "Redundancy, the discrete Fourier transform and impulse noise cancellation," *IEEE Trans. Communications*, Vol. COM-31, No. 3, pp. 458–461, 1983.
- [YOR96] Y. YOO, A. ORTEGA and K. RAMCHANDRAN, "A novel hybrid technique for discrete rate-distortion optimization with applications to fast codebook search for SVQ," *IEEE ICASSP'96*, Vol. 4, , pp. 2040–2043, 1996.
- [Z99] S. B. ZAHIR AZAMI, *Codage conjoint source/canal, protection hiérarchique*, Thèse EDITE, mai 1999
- [ZF95] R. ZAMIR and M. FEDER, "Rate-distortion performance in coding band-limited sources by sampling and dithered quantization," *IEEE Transactions on Information Theory*, Vol. 41, No. 1, 1995, pp. 141–154.